



Associazione Italiana Calcestruzzo Armato e Precompresso

**LA PROGETTAZIONE
DELLE
STRUTTURE DI CALCESTRUZZO
CON LE NUOVE NORME TECNICHE**
con il patrocinio del Consiglio Superiore dei LL.PP.

Franco Angotti

I Materiali: il calcestruzzo e l'acciaio

Analisi strutturale

Stati limite ultimi per tensioni normali

Andria, 5-6 Giugno 2008

STRUTTURE IN CALCESTRUZZO

2^A PARTE

1. Materiali
2. Metodi di analisi delle sollecitazioni
3. Verifiche a sforzo assiale e momento

Riferimenti

Norme Tecniche per le Costruzioni (NTC)

EN 1992-1-1

Appendice nazionale

Materiali: calcestruzzo

Introduzione delle **classi di resistenza**

Resistenza caratteristica f_{ck} ; R_{ck}

EN da C12/15 a C90/105 14 classi [C_{max} = NDP]

NTC da C 8/10 a C90/105 15 classi

introdotta la classe C28/35

soppressa la classe C30/37

per classi > C70/85 : autorizzazione cons. sup. LL.PP.

Materiali: calcestruzzo

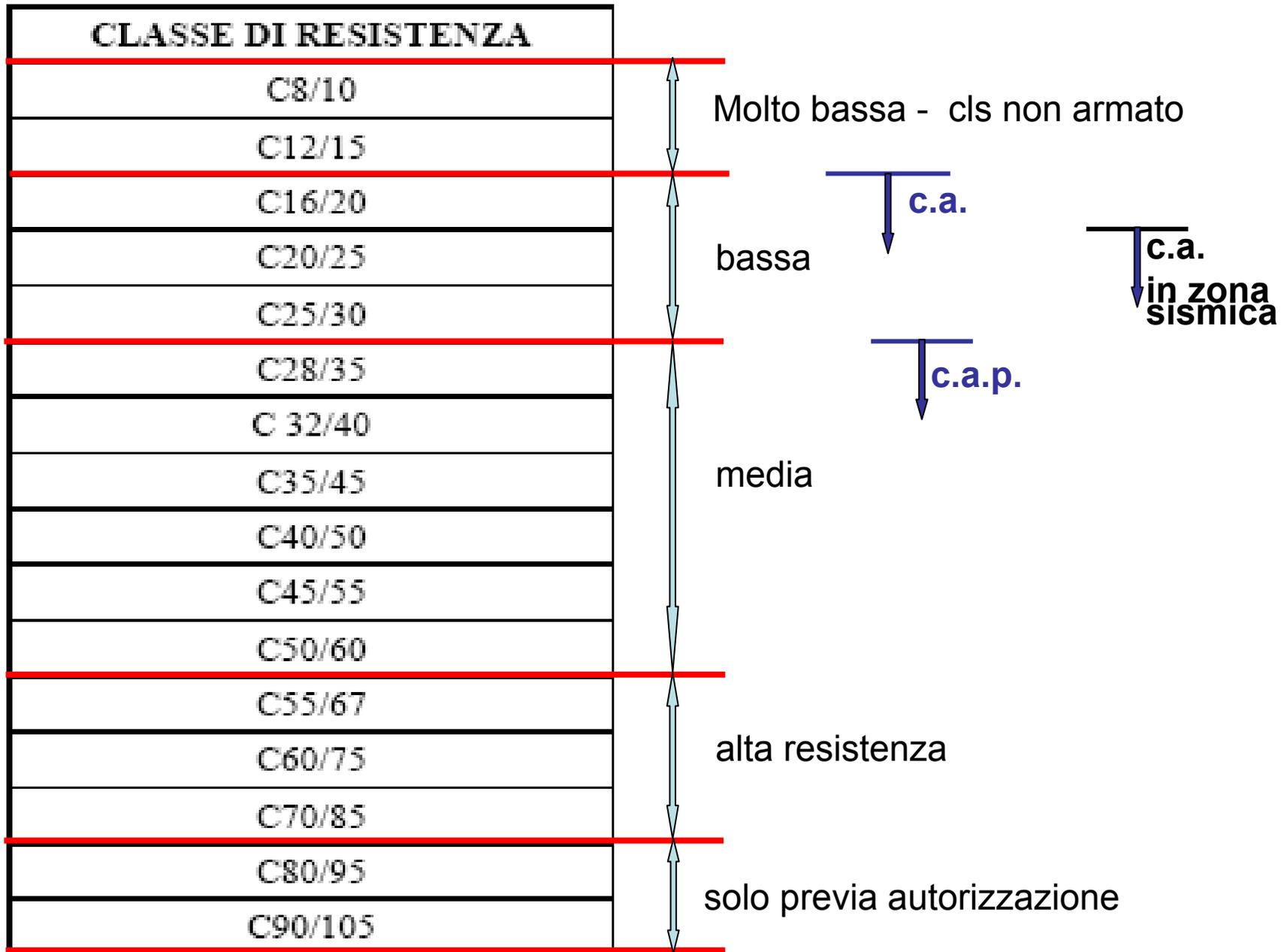
In sede di progetto:

11.2.10.1 Resistenza a compressione

$$f_{ck} = 0,83 R_{ck}$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad [\text{N/mm}^2]$$

Classi di resistenza dei calcestruzzi															Relazione analitica / Spiegazione	
1	f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
2	$f_{ck,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	
3	f_{cm} (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	$f_{cm} = f_{ck} + 8$ (MPa)
4	f_{ctm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	$f_{ctm} = 0,30 \times f_{ck}^{(2/3)} \leq C50/60$ $f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + (f_{cm}/10)) > C50/60$
5	$f_{ctk,0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	$f_{ctk,0,05} = 0,7 \times f_{ctm}$ frattile 5%
6	$f_{ctk,0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	$f_{ctk,0,95} = 1,3 \times f_{ctm}$ frattile 95%
7	E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	32	34	35	36	37	38	39	41	42	44	$E_{cm} = 22[(f_{cm}/10)]^{0,3}$ (f_{cm} in MPa)
8	ϵ_{c1} (‰)	-1,8	-1,9	-2,0	-2,1	-2,2	-2,25	-2,3	-2,4	-2,45	-2,5	-2,6	-2,7	-2,8	-2,8	vedere Figura 3.2 $\epsilon_{c1}^{(0/100)} = -0,7 f_{cm}^{0,31}$
9	ϵ_{cu1} (‰)	-3,5									-3,2	-3,0	-2,8	-2,8	-2,8	vedere Figura 3.2 per $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\epsilon_{cu1}^{(0/100)} = -2,8 - 27[(98 - f_{cm})/100]^4$
10	ϵ_{c2} (‰)	-2,0									-2,2	-2,3	-2,4	-2,5	-2,6	vedere Figura 3.3 per $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\epsilon_{c2}^{(0/100)} = -2,0 - 0,085(f_{ck} - 50)^{0,53}$
11	ϵ_{cu2} (‰)	-3,5									-3,1	-2,9	-2,7	-2,6	-2,6	see Figure 3.3 per $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\epsilon_{cu2}^{(0/100)} = -2,6 - 35[(90 - f_{ck})/100]^4$
12	n	2,0									1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	per $f_{ck} \geq 50$ Mpa $n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4$
13	ϵ_{c3} (‰)	-1,75									-1,8	-1,9	-2,0	-2,2	-2,3	vedere figura 3.4 per $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\epsilon_{c3}^{(0/100)} = -1,75 - 0,55[(f_{ck} - 50)/40]$
14	ϵ_{cu3} (‰)	-3,5									-3,1	-2,9	-2,7	-2,6	-2,6	vedere figura 3.4 per $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\epsilon_{cu3}^{(0/100)} = -2,6 - 35[(90 - f_{ck})/100]^4$



Caratteristiche meccaniche

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad [\text{N/mm}^2]$$

$$f_{ctm} = 0,30 f_{ck}^{2/3} \quad \text{classi} \leq \text{C50/60}$$

$$f_{ctm} = 2,12 \times \ln[1 + f_{cm}/10] \quad \text{classi} > \text{C50/60}$$

frattile: 5%

$$f_{ctk0,05} = 0,7 f_{ctm}$$

frattile: 95%

$$f_{ctk0,95} = 1,3 f_{ctm}$$

Caratteristiche meccaniche

Resistenza a **trazione per flessione**

EC2

Altezza della sezione:

$$h \leq 600 \text{ mm} \quad f_{\text{ctm,fl}} = (1,6 - h/1000) f_{\text{ctm}} \quad \text{con } h \text{ in mm}$$

$$h > 600 \text{ mm} \quad f_{\text{ctm,fl}} = f_{\text{ctm}}$$

NTC

$$f_{\text{cfm}} = 1, 2 f_{\text{ctm}} \quad \text{salvo sperimentazione diretta}$$

(senza alcuna limitazione dimensionale)

per $h < 400 \text{ mm}$ sottovaluta rispetto ad EC2

per $h = 400 \text{ mm}$ = EC2

per $h > 400 \text{ mm}$ sopravvaluta rispetto ad EC2

Caratteristiche meccaniche

Modulo di elasticità

$$E_{cm} = 22.000 \times [f_{cm}/10]^{0,3} \quad [\text{N/mm}^2]$$

Ricordando che

$$f_{cm} = f_{ck} + 8$$

Si può anche scrivere:

$$E_{cm} = 11.026,12 \times [f_{ck} + 8]^{0,3} \quad [\text{N/mm}^2]$$

RITIRO

NTC
EC2

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} \quad (11.2.6)$$

dove:

ε_{cs} è la deformazione totale per ritiro

ε_{cd} è la deformazione per **ritiro da essiccamento** (d = drying),
si sviluppa lentamente nel tempo essendo funzione della
migrazione dell'acqua dal calcestruzzo indurito

Se l'essiccamento è impedito [UR > 95% - ovvero cls protetto] $\varepsilon_{cd} = 0$

ε_{ca} è la deformazione per **ritiro autogeno**.
si sviluppa nella fase di indurimento nei primi giorni successivi al getto
si tratta di una **riduzione di volume della parte cementizia**

va considerato specialmente nei calcestruzzi ad alta resistenza perché il suo valore
aumenta con la riduzione del rapporto acqua/cemento

Ad es. Se $a/c > 0,45 \Rightarrow \varepsilon_{ca} \ll \varepsilon_{cd}$

se $a/c = 0,30$ si può avere $\varepsilon_{ca} = 0,50 \varepsilon_{cs}$

ritiro da essiccamento

$$\varepsilon_{cd,\infty} = k_h \varepsilon_{c0}$$

Tabella 11.2.Va – Valori di ε_{c0}

f_{ck}	Deformazione da ritiro per essiccamento (in ‰)					
	Umidità Relativa (in %)					
	20	40	60	80	90	100
20	-0,62	-0,58	-0,49	-0,30	-0,17	+0,00
40	-0,48	-0,46	-0,38	-0,24	-0,13	+0,00
60	-0,38	-0,36	-0,30	-0,19	-0,10	+0,00
80	-0,30	-0,28	-0,24	-0,15	-0,07	+0,00

Tabella 11.2.Vb – Valori di k_h

h_0 (mm)	k_h
100	1,0
200	0,85
300	0,75
≥ 500	0,70

$$h_0 = 2A_c/u$$

A_c sezione di cls

u = perimetro esposto
all'aria

ritiro autogeno

NTC
EC2

A tempo infinito:

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 (f_{ck} - 10) 10^{-6} \quad [\text{N/mm}^2]$$

f_{ck}	$\varepsilon_{ca}(\infty)$ %
50	0,0100
60	0,0125
70	0,0150
80	0,0175
90	0,0200

Se occorre valutare ε_{ca} al tempo t:

$$\varepsilon_{ca}(t) = (1 - e^{-0,2\sqrt{t}}) \varepsilon_{ca,\infty} \quad (t \text{ in giorni})$$

EC2

giorni	0,5	1	1,5	2	2,5	3
beta-as	0,132	0,181	0,217	0,246	0,271	0,293

11.2.10.7 Viscosità

In sede di progettazione, se lo stato tensionale del calcestruzzo, al tempo $t_0 = j$ di messa in carico, non è superiore a

$$\sigma_c \leq 0,45 \times f_{ckj},$$

il coefficiente di viscosità $\phi(\infty, t_0)$, a tempo infinito,

a meno di valutazioni più precise (per es. § 3.1.4 di UNI EN 1992-1-1), può essere dedotto dalle seguenti Tab. 11.2.VI e 11.2.VII dove h_0 è la dimensione fittizia definita in § 11.2.10.6:

Tabella 11.2.VI – Valori di $\phi(\infty, t_0)$. Atmosfera con umidità relativa di circa il 75%

t_0	$h_0 \leq 75 \text{ mm}$	$h_0 = 150$	$h_0 = 300$	$h_0 \geq 600$
3 giorni	3,5	3,2	3,0	2,8
7 giorni	2,9	2,7	2,5	2,3
15 giorni	2,6	2,4	2,2	2,1
30 giorni	2,3	2,1	1,9	1,8
≥ 60 giorni	2,0	1,8	1,7	1,6

VISCOSITÀ

3.1.4 Viscosità e ritiro

abachi per determinare il coefficiente di viscosità $\varphi(\infty, t_0)$

Deformazione viscosa a $t = \infty$:

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot (\sigma_c / E_{c0}) \quad \text{per } \sigma_c = \text{cost.}$$

coefficiente di viscosità non lineare $\varphi_k(\infty, t_0)$ che sostituisce $\varphi(\infty, t_0)$:

$$\varphi_k(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) e^{(1,5 (k\sigma - 0,45))}$$

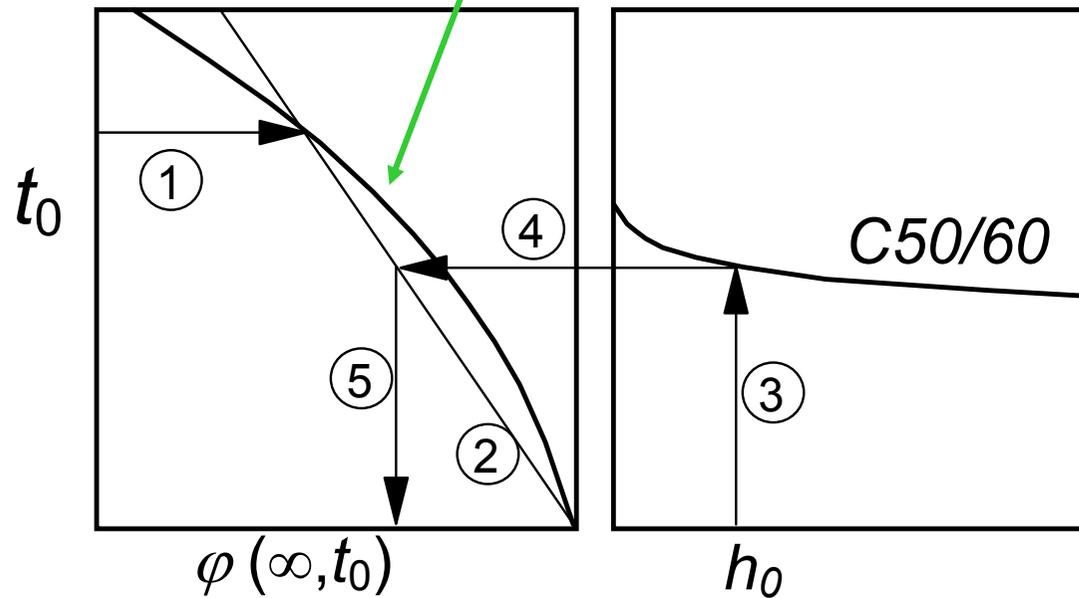
k_σ è il rapporto tensioni-resistenza $\sigma_c / f_{cm}(t_0)$, dove

σ_c è la tensione di compressione e

$f_{cm}(t_0)$ è il valore medio della tensione di compressione sul calcestruzzo al momento dell'applicazione del carico.

viscosità

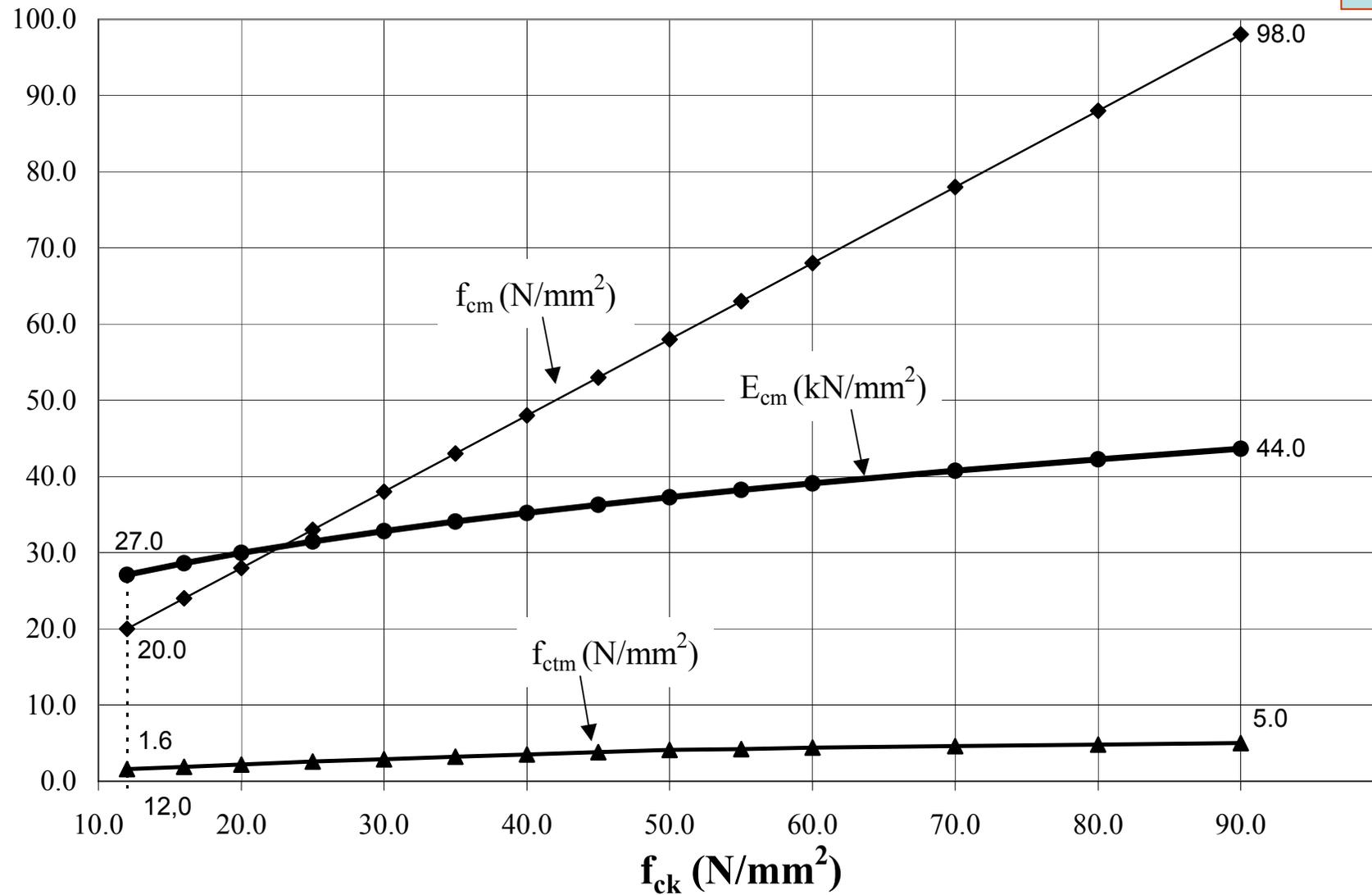
Tipo di cemento



$t_0 = \text{età del calcestruzzo}$
 $h_0 = 2A_c/u$

Caratteristiche del calcestruzzo

	Range	Rapporto
f_{ck}	12 – 90	90/12 = 7,5
f_{ctm}	1,6 – 5,0	5,0/1,6 = 3,1
E_{cm}	27 – 44	44/27 = 1,6



Calcestruzzo ad alta resistenza

- **Conveniente** per
elementi compressi
travi precomprese
- **meno conveniente** per
travi non precomprese

in quanto:

- sfruttamento della resistenza solo in zona compressa
- elevate percentuali di armatura, difficoltà di collocazione
- limiti inflessione

Resistenza di calcolo f_{cd}

ENV $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$

con $M_{Rd}, N_{Rd} \rightarrow f_{cd} \cdot 0,85$

EN $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot \alpha_{cc}$

(NAD: $\alpha_{cc} = 0,85$)

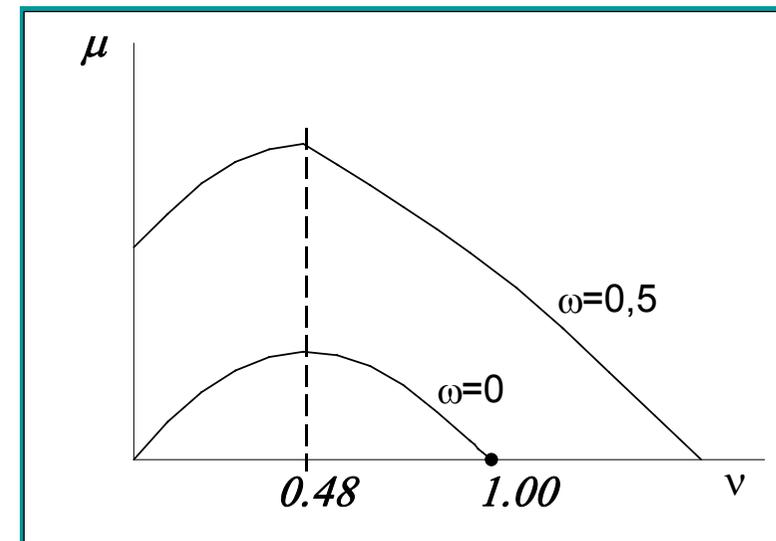
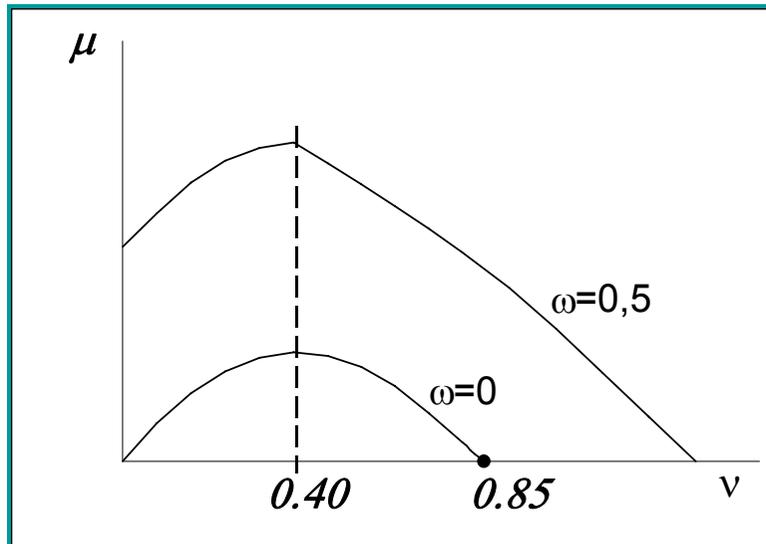
α_{cc} è il termine che tiene conto degli effetti di lunga durata sulla resistenza

Conseguenza della definizione di

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot \alpha_{cc}$$

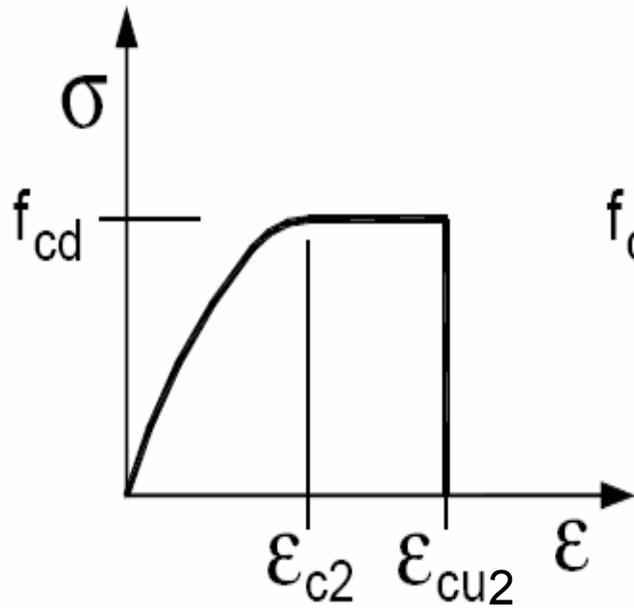
Nuove tabelle e nuovi diagrammi dei manuali

$f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$ alterati da $1 / 0,85$



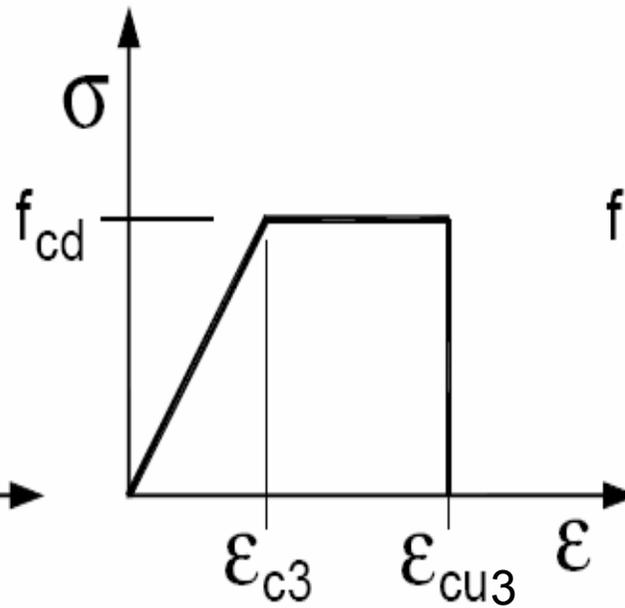
Nuove tabelle e diagrammi per $f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2$

Diagrammi $\sigma - \varepsilon$ per il progetto delle sezioni



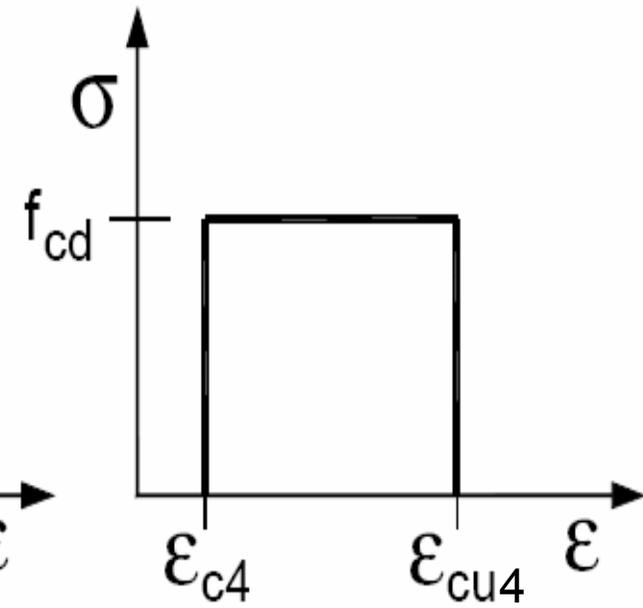
(a)

parabola – rettangolo
esponenziale - rettangolo



(b)

triangolo – rettangolo
(bilineare)



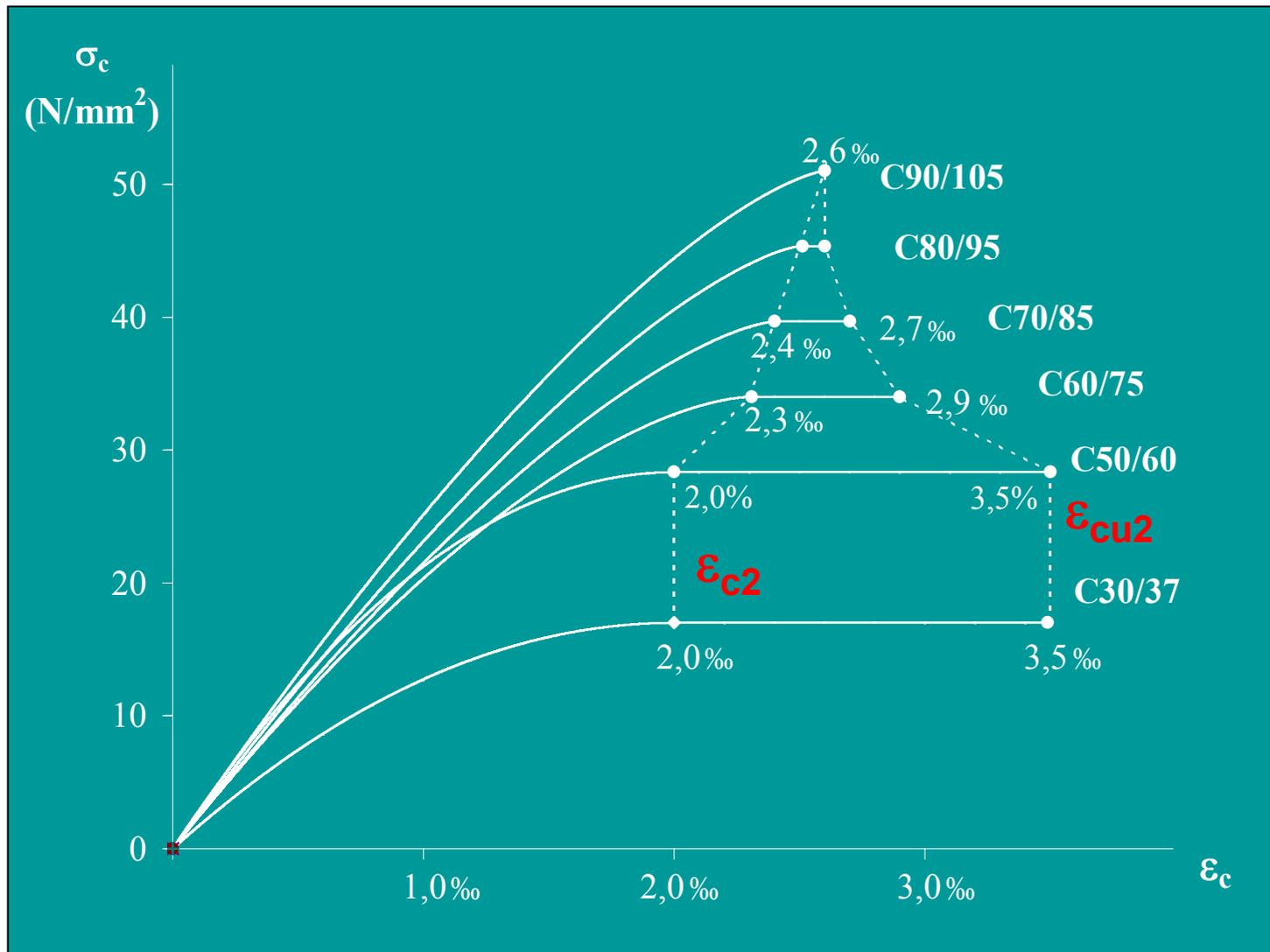
(c)

rettangolo – (stress block)

Diagrammi $\sigma - \varepsilon$ per il progetto delle sezioni

EC2

(a) (parabola) esponenziale - rettangolo



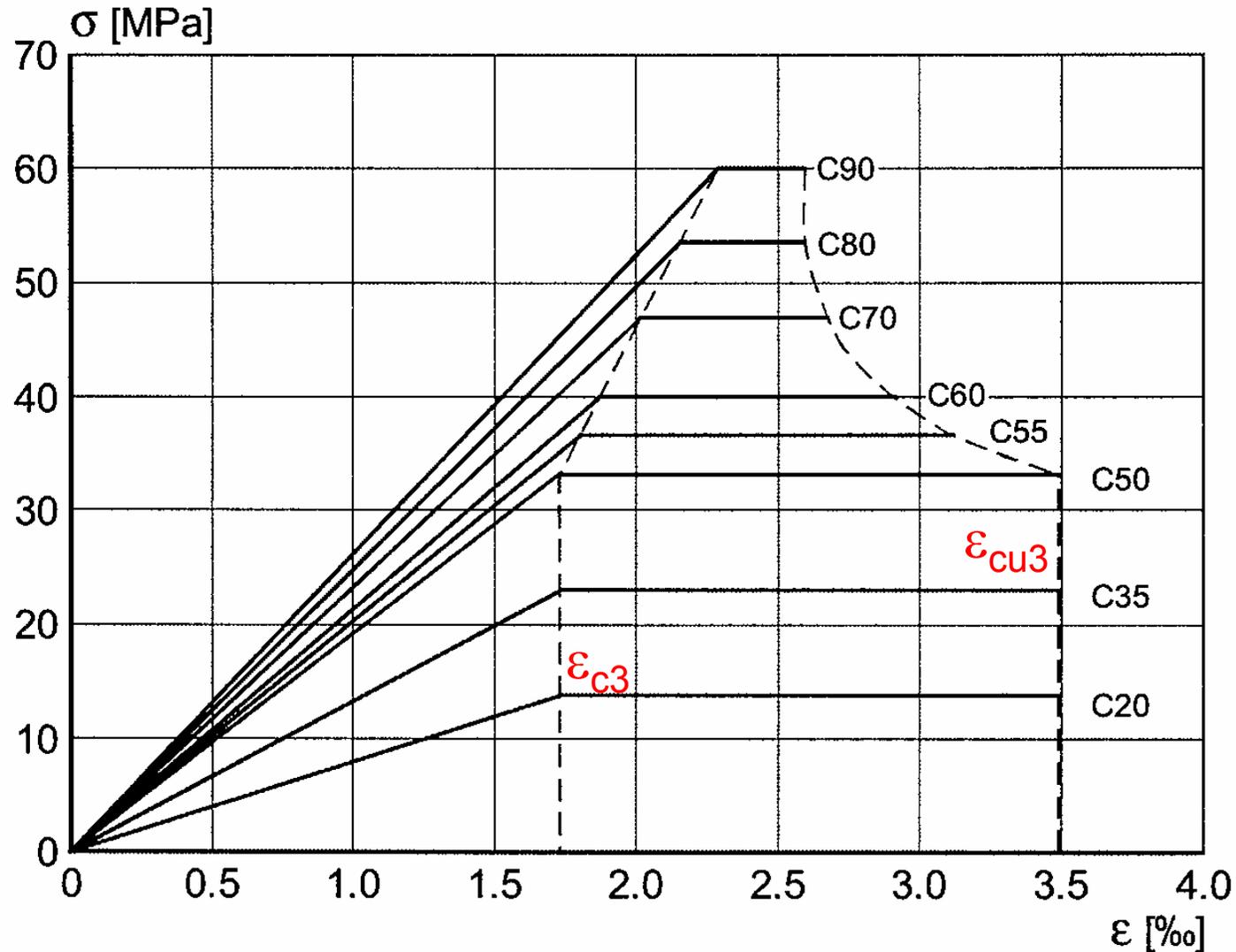
$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right]$$

$$\sigma_c = f_{cd}$$

fck	n
≤ C50/60	2,00
C55/67	1,75
C60/75	1,60
C70/85	1,45

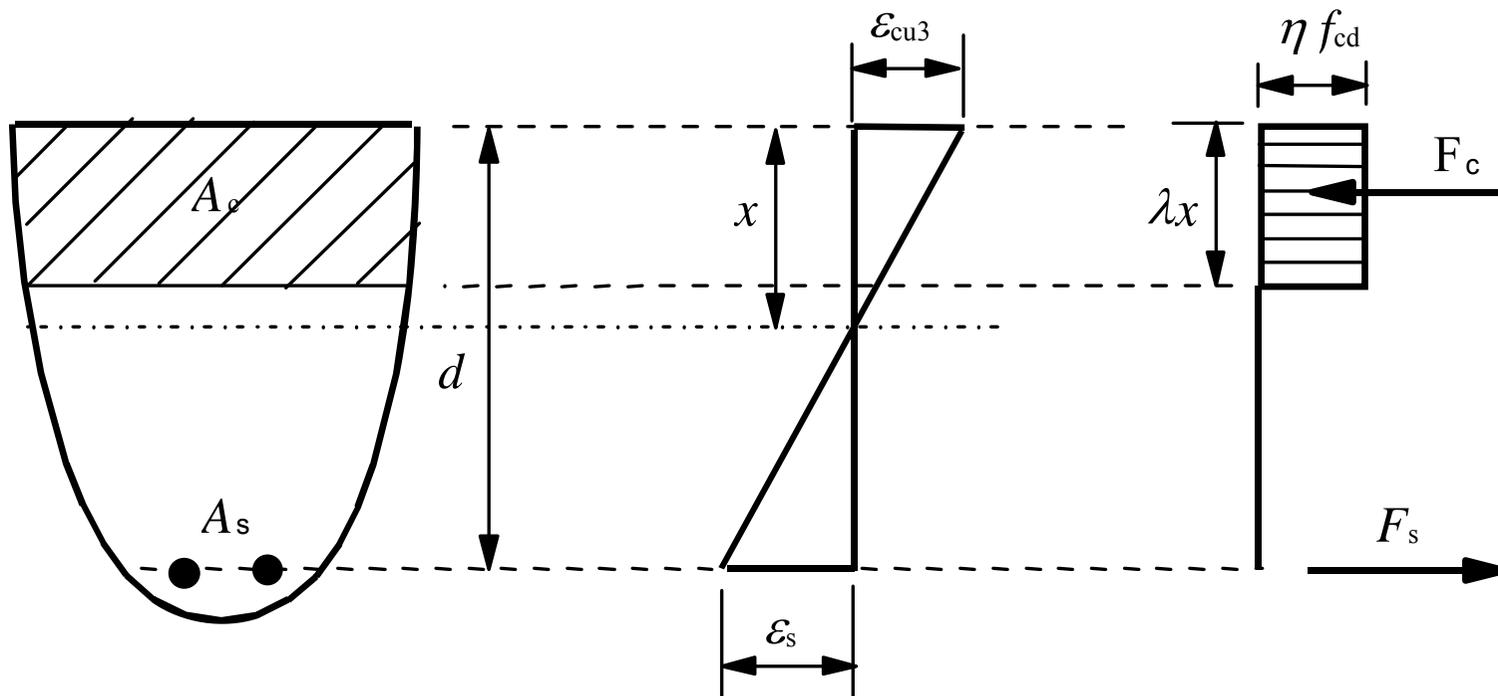
Diagrammi $\sigma - \varepsilon$ per il progetto delle sezioni

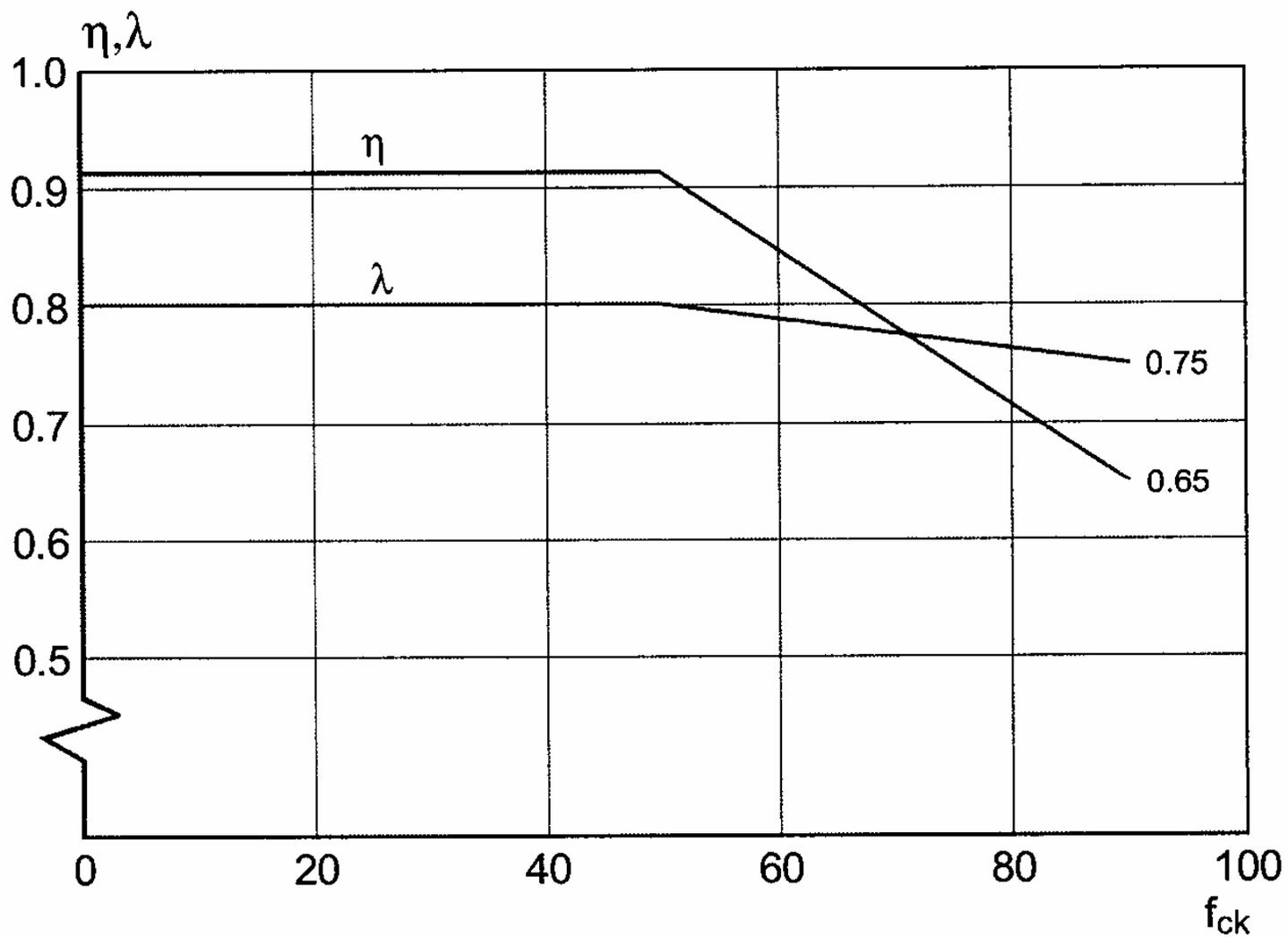
(b) triangolo – rettangolo (bilineare)



Limitazioni al modello stress block

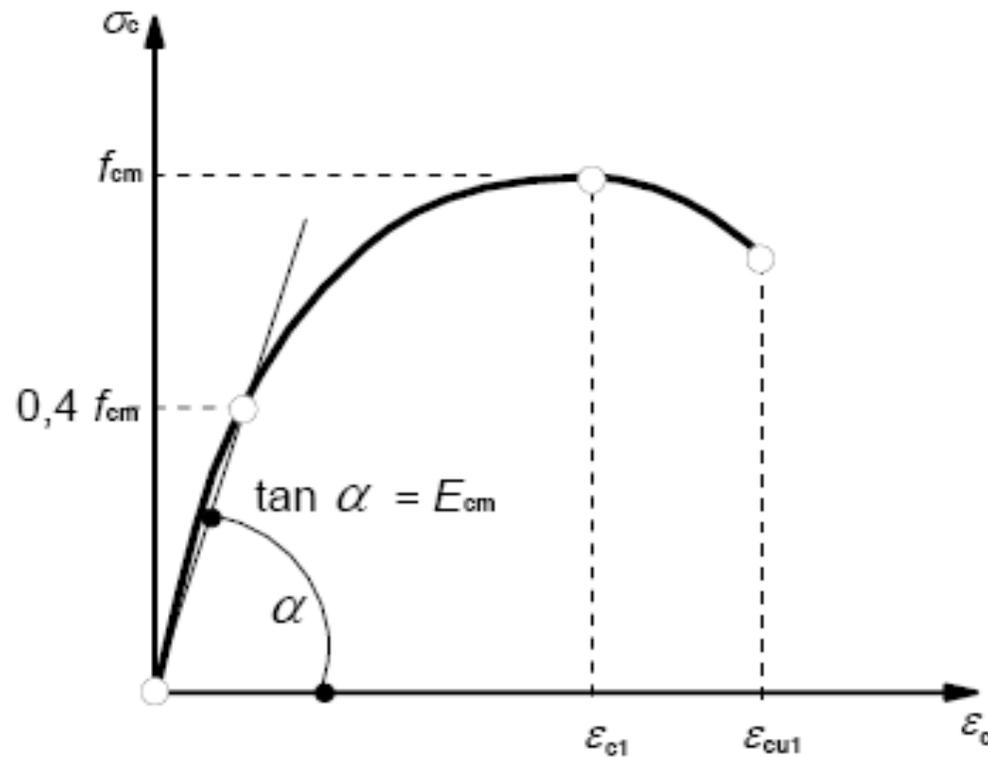
Governata da: λ che limita la zona compressa
 η che limita f_{cd}





f_{ck}	λ	η
≤ 50	0,8000	1,0000
55	0,7875	0,9750
60	0,7750	0,9500
70	0,7500	0,9000
80	0,7250	0,8500
90	0,7000	0,8000

Diagramma $\sigma_c \varepsilon_c$ per l'analisi strutturale



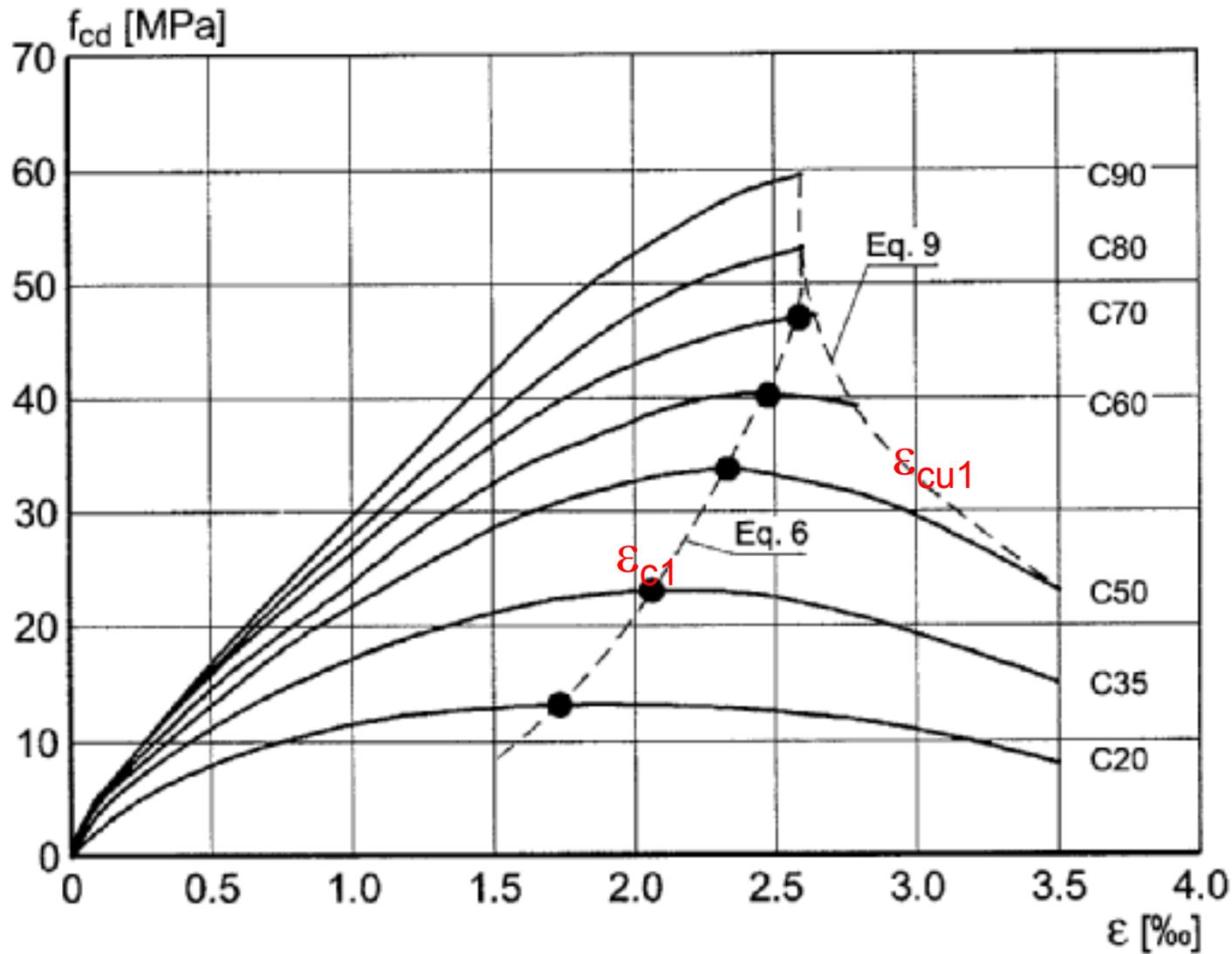
$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta}$$

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$$

$\varepsilon_{c1} = \varepsilon_{c1}(f_{cm})$ deformazione sotto la massima tensione

$$k = 1,05 E_{cm} \times |\varepsilon_{c1}| / f_{cm}$$

Diagramma $\sigma_c \varepsilon_c$ per l'analisi strutturale



$\gamma_c = 1,5$

11.3.2.1 Acciaio per cemento armato B450C – acciaio sismico

valori nominali delle tensioni caratteristiche di snervamento e rottura da utilizzare nei calcoli:

Tabella 11.3.Ia

$f_{y \text{ nom}}$	450 N/mm ²
$f_{t \text{ nom}}$	540 N/mm ²

e deve rispettare i requisiti indicati
nella seguente

Tab. 11.3.Ib:

11.3.2.2 Acciaio per cemento armato B450C acciaio sismico

NTC

CARATTERISTICHE	REQUISITI	FRATTILE
f_{yk}	$\geq f_{ynom}$	5,0
f_{tk}	$\geq f_{tnom}$	5,0
$(f_t/f_y)_k$	$\geq 1,15$ $\leq 1,35$	10,0
$(f_y/f_{ynom})_k$	$\geq 1,25$	10,0
Allungamento $(A_{gt})_k$ (ϵ_{uk})	$\geq 7,5\%$	10,0
Diametro del mandrino per prove di piegamento a 90 ° e successivo raddrizzamento senza cricche: $\phi < 12$ mm $12 \leq \phi \leq 16$ mm per $16 < \phi \leq 25$ mm per $25 < \phi \leq 40$ mm	4ϕ 5ϕ 8ϕ 10ϕ	

11.3.2.2 Acciaio per cemento armato **B450A**

$$f_{y \text{ nom}} = 450 \text{ N/mm}^2 \quad f_{t \text{ nom}} = 540 \text{ N/mm}^2$$

Tabella 11.3.Ib

CARATTERISTICHE	REQUISITI	FRATTILE
f_{yk}	$\geq f_{y \text{ nom}}$	5,0
f_{tk}	$\geq f_{t \text{ nom}}$	5,0
$(f_t/f_y)_k$	$\geq 1,05$	10,0
$(f_y/f_{y \text{ nom}})_k$	$\geq 1,25$	10,0
Allungamento $(A_{gt})_k$ (ε_{uk})	$\geq 2,5\%$	10,0
Diametro del mandrino per prove di piegamento a 90° e successivo raddrizzamento senza cricche: per $\phi \leq 10 \text{ mm}$	4 ϕ	

Appendice C – EN1992-1-1

prospetto C.1 Proprietà dell'armatura

Forma di prodotto		Barre (diritte) e barre svolte da rotolo			Reti			Requisito o frattile (%)
Classe		A	B	C	A	B	C	-
Tensione caratteristica di snervamento f_{yk} o $f_{0,2k}$ (MPa)		Da 400 a 600						5,0
Valore minimo di $k = (f_t/f_y)_k$		≥1,05	≥1,08	≥1,15 <1,35	≥1,05	≥1,08	≥1,15 <1,35	10,0
Deformazione caratteristica al carico massimo, ϵ_{uk} (%)		≥2,5	≥5,0	≥7,5	≥2,5	≥5,0	≥7,5	10,0
Attitudine al piegamento		Prova di piegamento/raddrizzamento						
Resistenza a taglio					0,3 A f_{yk} (A è l'area del filo)			Minimo
Tolleranza massima dalla massa nominale (barra individuale o filo) (%)	Diametro nominale della barra (mm) ≤8 >8				±6,0 ±4,5			5,0

11.3.2.4 Caratteristiche dimensionali e di impiego

Limiti:

Acciai B450C $6 \leq \Phi \leq 40$ mm

Acciai B450A $5 \leq \Phi \leq 10$ mm

fornitura in **rotoli**, senza limitazioni, per

$\Phi \leq 16$ mm per B450C

$\Phi \leq 10$ mm per B450A

Strutture soggette all'azione sismica

7.6.1.2 Acciaio per c.a.

L'acciaio per c.a. deve essere del tipo **B450C**, di cui al § 11.3.2.1 delle presenti norme;

l'uso dell'acciaio **B450A** è consentito nei soli casi previsti nel § 7.4.2.2.

7.4.2.2 Acciaio

Strutture soggette all'azione sismica: solo acciaio B450C

Con le seguenti **deroghe** per l'acciaio B450A
reti e tralicci per $5 \leq \Phi \leq 10$ mm sempre

Staffe:

solo se è rispettata **almeno una delle seguenti condizioni:**

- elementi in cui è impedita la plasticizzazione mediante il rispetto del criterio di gerarchia delle resistenze,
- elementi secondari di cui al § 7.2.3, (strutture progettate per sole azioni verticali)
- strutture poco dissipative con fattore di struttura $q \leq 1,5$

11.3.2.1 Acciaio per cemento armato

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S}$$

$$\gamma_S = 1,15$$

Armature da c.a.p.

$$f_{yk} = f_{p(0,1)k} \text{ fili}$$

$$f_{yk} = f_{pyk}, \text{ barre}$$

$$f_{yk} = f_{p(1)k}, \text{ trefoli e trecce}$$

Diagrammi $\sigma - \varepsilon$ di calcolo per l'acciaio

Per il progetto 2 alternative:

$$1,15 \leq k = (f_t / f_y)_k \leq 1,35$$

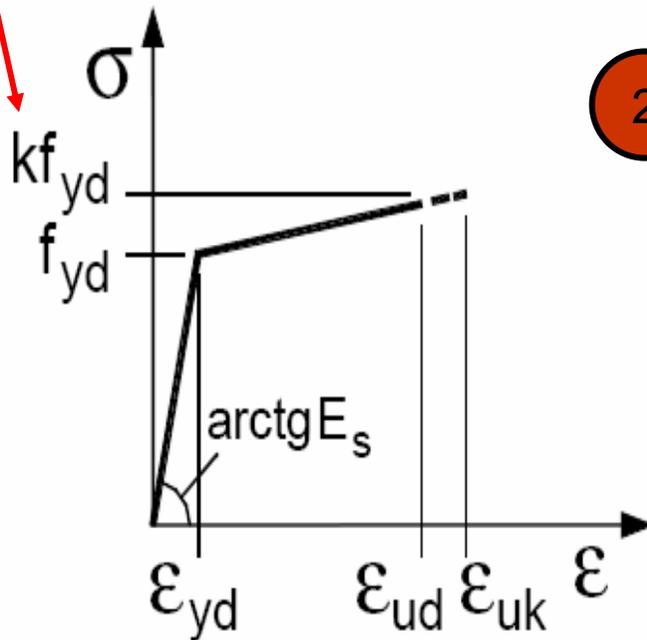
B450C

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

$$\varepsilon_{ud} = 0,9 \varepsilon_{uk}$$

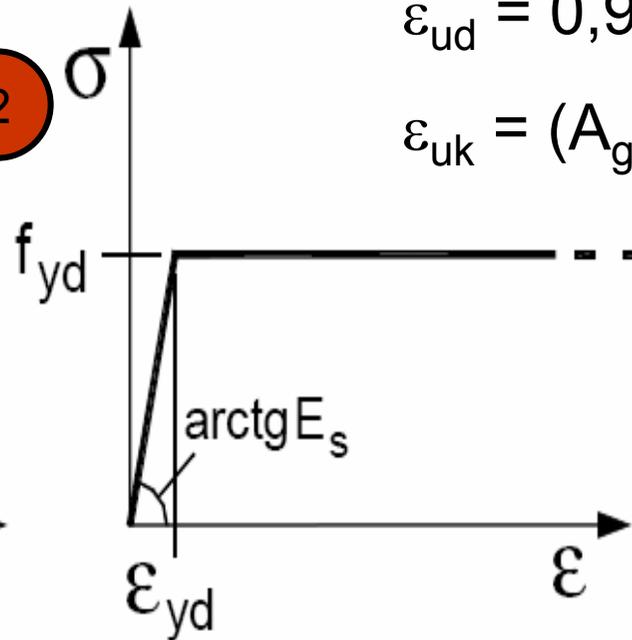
$$\varepsilon_{uk} = (A_{gt})_k \geq 7,5\%$$

1



bilineare finito con
incrudimento (a)

2



(b) elastico-perfettamente
plastico indefinito

Diagrammi $\sigma - \varepsilon$ di calcolo per l'acciaio

$$\varepsilon_{ud} = 0,9 \varepsilon_{uk} \quad [\varepsilon_{uk} = (A_{gt})_k],$$

f_{yd}

$$k = (f_t / f_y)_k \quad (\text{rapporto di sovraresistenza})$$

acciaio per precompressione

11.3.3.2 Caratteristiche meccaniche

Tabella 11.3.VII

Tipo di acciaio	Barre	Fili	Trefoli	Trefoli a fili sagomati	Trecce
Tensione caratteristica di rottura f_{ptk} N/mm ²	≥1000	≥1570	≥1860	≥1820	≥1900
Tensione caratteristica allo 0,1 % di deformazione residua $f_{p(0,1)k}$ N/mm ²	-----	≥1420	-----	-----	-----
Tensione caratteristica all'1 % di deformazione totale $f_{p(1)k}$ N/mm ²	-----	-----	≥1670	≥1620	≥1700
Tensione caratteristiche di snervamento f_{pyk} N/mm ²	≥800	-----	-----	-----	-----
Allungamento sotto carico massimo A_{gt} (ϵ_{uk})	≥3,5	≥3,5	≥3,5	≥3,5	≥3,5

Classificazione

- fili** con superficie liscia o indentata (ossia incavata) con $3 < \phi < 11 \text{ mm}$
- trecce** a due fili avvolti ad elica intorno a un asse teorico comune; diametro nominale della treccia: $4,5 < \phi_{\text{nominale}} < 5,6 \text{ mm}$
- trecce** a tre fili avvolti ad elica intorno a un asse teorico comune; diametro nominale della treccia: $5,2 < \phi_{\text{nominale}} < 7,7 \text{ mm}$
- trefoli** a 7 fili di cui uno centrale dritto su cui si avvolgono ad elica gli altri 6 in un unico strato; diametro nominale del trefolo: $6,4 < \phi_{\text{nominale}} < 18,0 \text{ mm}$
- barre** con risalti; diametro nominale compreso $15,0 < \phi_{\text{nominale}} < 50,0 \text{ mm}$.

Grandezze da controllare

Φ , A ,

f_{ptk} , $f_{p(0,1)k}$, f_{pyk} , $f_{p(1)k}$,

N , α (180°)

E_p , A_{gt} , L , r

Limiti sui singoli valori:

$$0,85f_{pt} \leq f_{p(0,1)} \leq 0,95f_{pt}$$

$$0,85f_{pt} \leq f_{py} \leq 0,95f_{pt}$$

$$0,85f_{pt} \leq f_{p(1)} \leq 0,95f_{pt}$$

$$\varepsilon_{uk} = A_{gt} > 3,5\%$$

**armature di precompressione
(EN 10138 è la specifica di riferimento)**

Le grandezze più importanti sono:

$f_{p0,1k}$ = tensione caratt. di snervamento equivalente allo 0.1 %

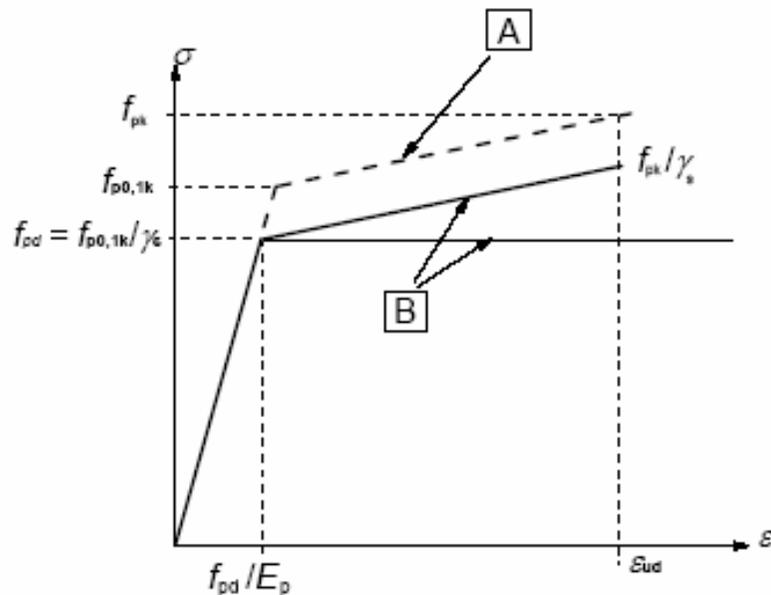
f_{pk} = tensione caratt. di rottura;

ε_{uk} = allungamento sotto il carico massimo (almeno 0.035);

$(f_{pk}/f_{p0,1k})$ = rapporto di duttilità (almeno 1.1);

Altre proprietà sono la classe di rilassamento (ci sono tutte le formule necessarie), la dimensione, le caratteristiche superficiali.

Valori del modulo E_s : trecce e trefoli 195 GPa, barre e fili 205 GPa.



Per il progetto 2 alternative:

- 1 Diagramma orizzontale senza limiti di deformazione con ordinata $f_{p0,1k}/\gamma_s$
- 2 Un ramo inclinato con limite di deformazione pari a ε_{ud}

Si pone: $\varepsilon_{ud} = 0.9 \varepsilon_{uk}$ (o 0.02) e

$$(f_{p0,1k}/f_{pk}) = 0.9.$$

Rilassamento

Nell'Eurocodice sono definite tre classi:

- Classe 1: fili, trecce, trefoli a rilassamento ordinario
- Classe 2: fili, trecce, trefoli a basso rilassamento
- Classe 3: barre laminate a caldo

Il calcolo del rilassamento è basato su:

ρ_{1000} = perdita in % a 1000 ore ed a 20 °C con $\sigma_{pi} = 0,7 f_p$ (f_p = resistenza a trazione reale) – prova isoterma EN 10138

Valori che si possono assumere in fase di progetto:

ρ_{1000} = 8% per la Classe 1,

ρ_{1000} = 2,5% per la Classe 2,

ρ_{1000} = 4% per la classe 3.

Rilassamento

NTC
EC2

Evoluzione nel tempo del rilassamento

Fili, trecce e trefoli – basso rilassamento

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 0,66 \rho_{1000} e^{9,1\mu} \left(\frac{t}{1000} \right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}$$

Classe 2

$$\mu = \frac{\sigma_{pi}}{f_{pk}}$$

t = in ore

In mancanza di sperimentazione $\rho_{1000} = 2,5$

Per calcoli accurati, l'Appendice [D-EC2] fornisce gli elementi necessari.



***Dipartimento di Ingegneria Civile e
Ambientale
Università degli Studi di Firenze***



Strutture in Calcestruzzo

Analisi strutturale

Franco ANGOTTI

Franco Angotti
Andria 5 - 6 Giugno 2008

44

Metodi di analisi delle sollecitazioni

idealizzazione della struttura

- *a)* analisi elastica lineare;
- *b)* analisi elastica lineare con redistribuzione limitata dei momenti;
- *c)* analisi plastica;
- *d)* analisi non lineare;
- *e)* analisi non lineare + effetti del 2° ordine (strutture snelle).

+ Effetti locali (dove non vale Saint Venant)

Imperfezioni geometriche

L'analisi strutturale deve considerare gli effetti delle imperfezioni:

geometria della struttura

posizione dei carichi

per valutarne gli effetti sfavorevoli negli **SLU**

Le disposizioni di EC2 si applicano a **elementi sottoposti a compressione assiale** e a strutture sottoposte a **carichi verticali**, principalmente edifici.

Imperfezioni geometriche

In una esecuzione normale (ENV 13670)
inclinazione non intenzionale:

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$$

θ_0 = inclinazione di base = 1/200

$\alpha_h = 2/\sqrt{\ell}$ è un fattore di riduzione con la
lunghezza ℓ della colonna $[0,66 < \alpha_h < 1]$

α_m è un fattore di riduzione con il numero di
elementi

Imperfezioni geometriche

$$\theta_0 = 1/200$$

$$\alpha_h = 2/\sqrt{\ell} \quad [0,66 < \alpha_h < 1]$$

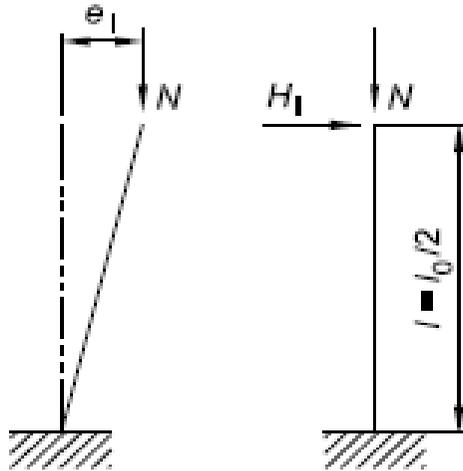
$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m} \right)} \quad m \text{ è il numero di elementi verticali}$$

ℓ = lunghezza (altezza) della colonna

m = numero di elementi verticali

Imperfezioni geometriche

$$e_i = \theta_i \cdot \ell_0/2 \quad \text{oppure} \quad H_i = \theta_i \cdot N$$



Colonna incastrata alla base e libera in alto

ℓ_0 = lunghezza libera di inflessione

Esempio:

$$l = 4 \text{ m,}$$

$$l_0 = 8 \text{ m,}$$

$$\theta_0 = 1/200;$$

$$\alpha_h = 2/\sqrt{4} = 1$$

$$\alpha_m = 1$$

risulta:

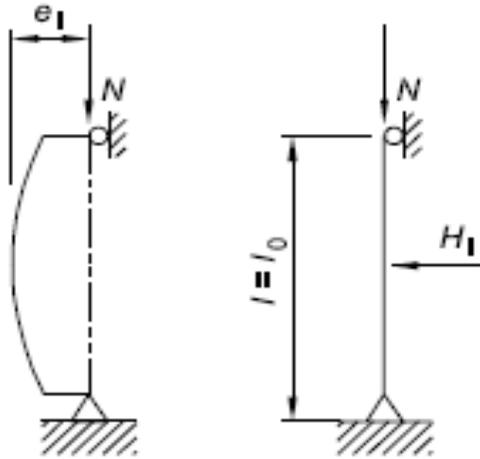
$$e_i = \theta_i \cdot \ell_0/2 = (1/200) \cdot 4000 = 20 \text{ mm.}$$

Oppure:

$$H_i = \theta_i \cdot N = (1/200) N \quad \text{applicata in sommità}$$

Imperfezioni geometriche

$$e_i = \theta_i \cdot \ell_0/2 \quad \text{oppure} \quad H_i = 2 \theta_i \cdot N$$



Colonna vincolata alle due estremità

$\ell = \ell_0 =$ lunghezza libera di inflessione

Esempio:

$$l = 4 \text{ m,}$$

$$l_0 = 4 \text{ m,}$$

$$\theta_0 = 1/200;$$

$$\alpha_h = 2/\sqrt{4} = 1$$

$$\alpha_m = 1$$

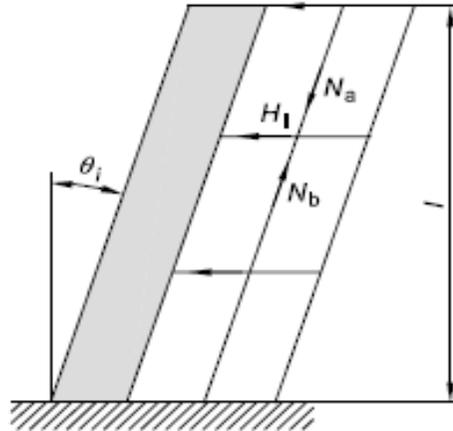
risulta:

$$e_i = (1/200) \cdot 2000 = 10 \text{ mm.}$$

Oppure

$$H_i = 2 (1/200) N = N/100 \quad \text{applicata in mezzeria}$$

Imperfezioni geometriche



Forza orizzontale da applicare al controvento, al piano i^{mo}

$$H_i = \theta_i \cdot (N_b - N_a)$$

Esempio:

$$l = 3 \times 3,50 = 10,50 \text{ m}$$

$$m = 3 \text{ piani}$$

$$\theta_0 = 1/200$$

$$\alpha_h = 2/\sqrt{\ell} = 0,62 \implies 0,66 < \alpha_h < 1$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m} \right)} = 0,81$$

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = 0,005 \times 0,66 \times 0,81 = 0,0027$$

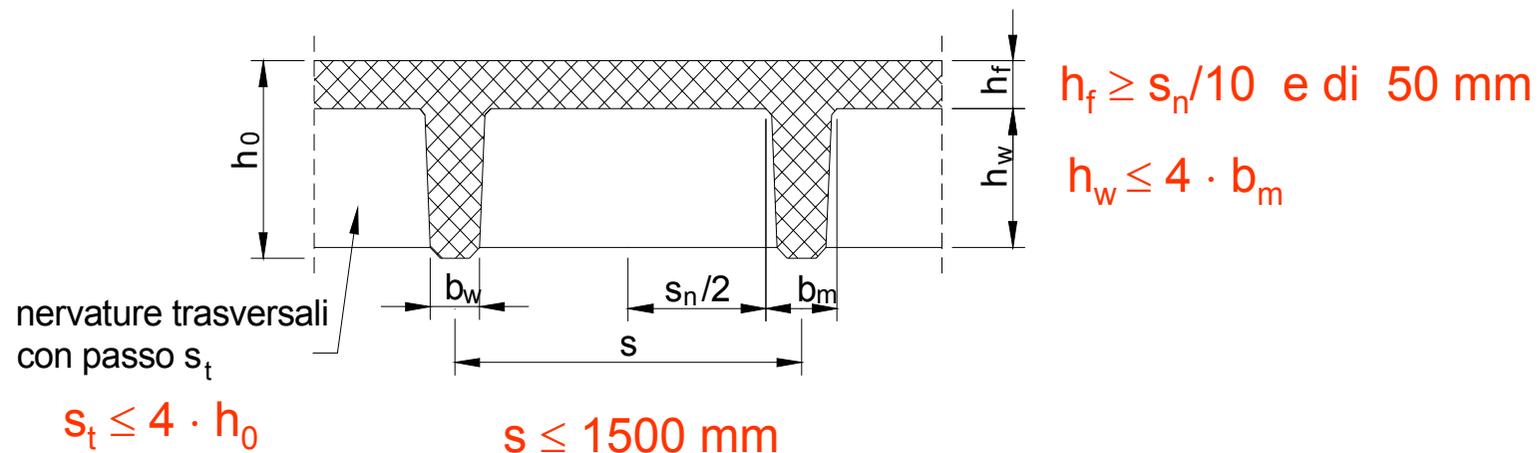
$$H_i = \theta_i \cdot (N_b - N_a) = 0,0027 \times (N_b - N_a)$$

Sommare per tutti gli elementi di un piano

solette con nervature o costole modellabili come solette piene

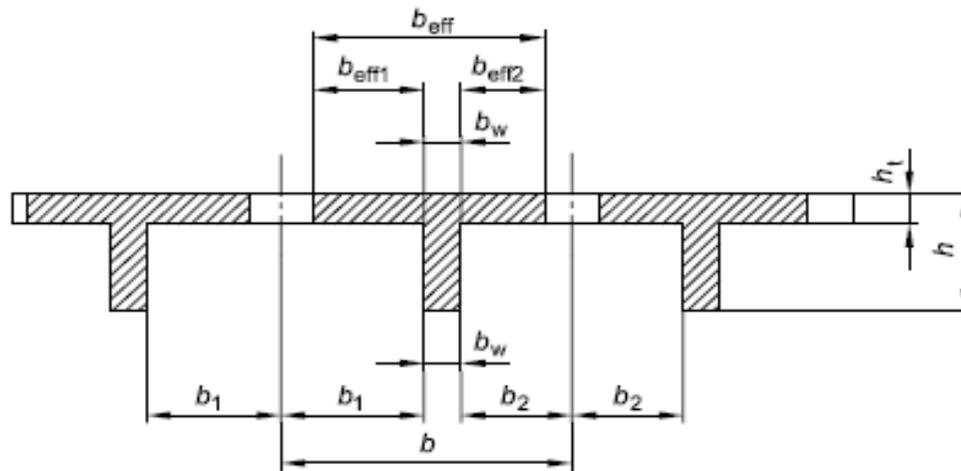
se la piattabanda e le nervature trasversali hanno **sufficiente rigidezza torsionale**.

Questa si può ritenere acquisita se:



Sezione a T

Larghezza collaborante



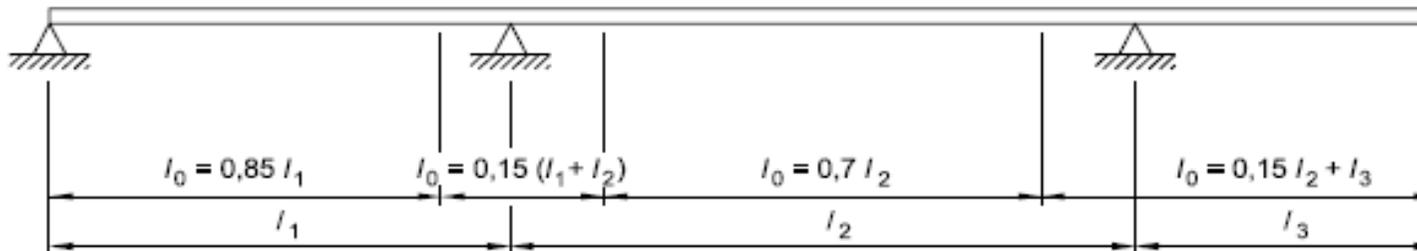
$$b_{\text{eff}} = \sum b_{\text{eff},i} + b_w \leq b$$

con

$$b_{\text{eff},i} = 0,2b_i + 0,1l_0 \leq 0,2l_0$$

e

$$b_{\text{eff},i} \leq b_i$$



l_0 = distanza fra i punti di momento nullo

Risultano di conseguenza larghezze efficaci diverse a seconda dei tratti considerati. Tuttavia il punto (4) precisa che per l'analisi strutturale, in prima approssimazione, si può assumere una **larghezza costante su tutta la luce** pari a quella della sezione in campata.

analisi strutturale

Nell'evoluzione della risposta della struttura alle azioni compaiono:

- fessure
- plasticizzazione dell'acciaio
- plasticizzazione del calcestruzzo

Nelle strutture isostatiche → aumento inflessione

Nelle strutture iperstatiche

- reazioni vincolari, sollecitazioni M,V
(risposta non lineare)
- deformazioni elastiche complementari
(compatibilità)

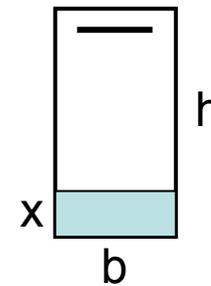
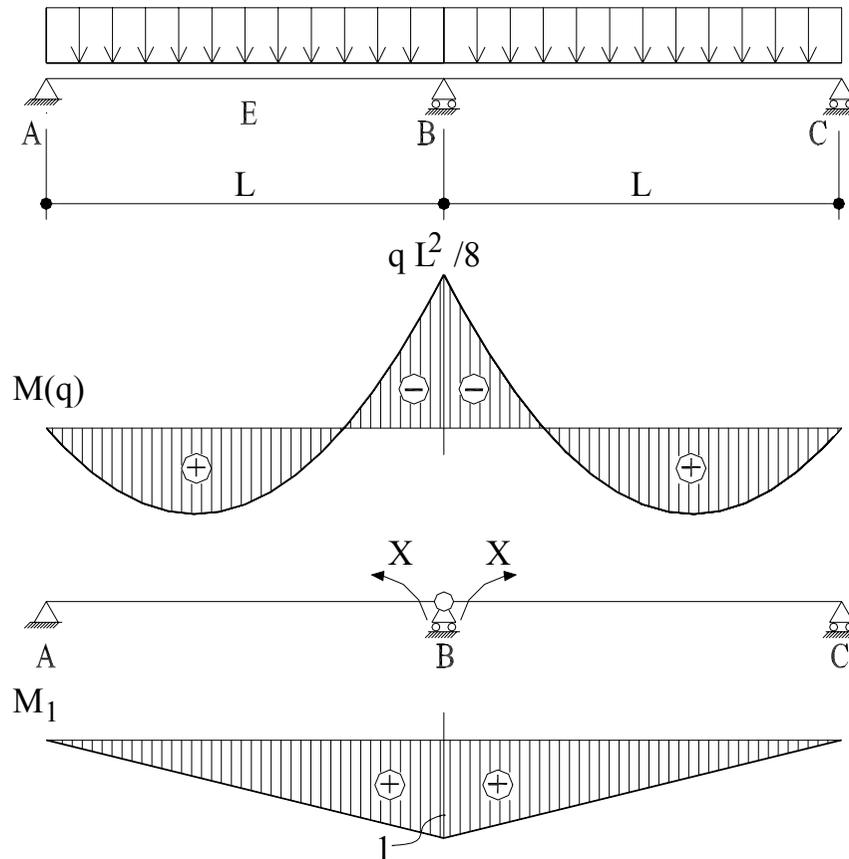
analisi non lineare

- Tiene conto di fessure, plasticizzazioni, ecc.
 - Costituisce un procedimento evolutivo al passo
 - Rispetta equilibrio e compatibilità
 - Richiede modellazione
 - σ - ε acciaio e calcestruzzo,
e conoscenza dei valori di θ_{pl}
 - Richiede l'uso di elaboratore
- EC2 non fornisce regole specifiche

esempio

Trave continua.

Fessurazione all'appoggio centrale



w = ampiezza della fessura
 φ = rotazione Sezione B

$$\varphi = \frac{w}{h - x}$$

$$\varphi = \varphi_s + \varphi_d = \frac{2}{3} \frac{XL}{2EJ} + \frac{2}{3} \frac{XL}{2EJ} = \frac{2}{3} \frac{XL}{EJ}$$

$$X = \frac{3}{2} \frac{EJ\varphi}{L}$$

$$M_B = -\frac{qL^2}{8} + \frac{3}{2} \frac{EJ\varphi}{L}$$

Perdita della
proporzionalità

analisi elastica lineare + ridistribuzione limitata

la ridistribuzione presuppone una verifica di duttilità (**capacità di rotazione**)

Tale verifica può essere omessa se

$$\delta = M_{\text{dopo}}/M_{\text{prima}}$$

soddisfa:

$$\delta > 0,44 + 1,250 x_u/d \quad \text{fino a C50/60}$$

$$\delta > 0,54 + 1,353 x_u/d \quad \text{per C60/75}$$

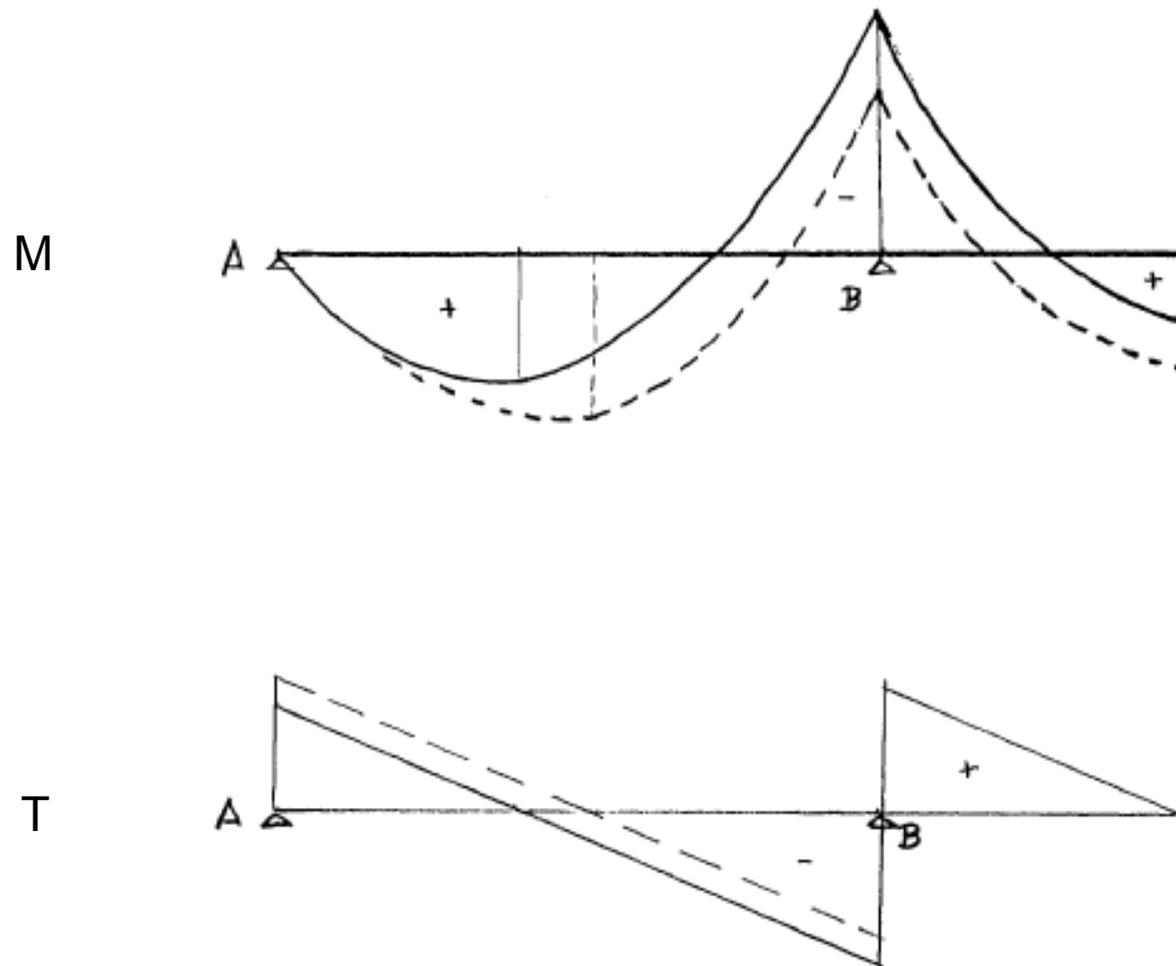
$$\delta > 0,54 + 1,398 x_u/d \quad \text{per C70/85}$$

$$\mathbf{0,7 \leq \delta \leq 1}$$

Attenzione:

Ridistribuzioni molto spinte, vantaggiose allo stato limite ultimo, spesso devono essere attenuate per soddisfare gli stati limite di esercizio ($\delta \geq 0,7$)

Ridistribuzione di M e T



Ridistribuzione nei telai

Pilastrì: non è ammessa la ridistribuzione
i momenti sono quelli del calcolo elastico.

Travi continue dei telai:

la ridistribuzione si effettua applicando all'estremità delle travi convergenti nel nodo **momenti flettenti ΔM di segno opposto ed uguale intensità**, lasciando immutato il regime di sollecitazione nei pilastri.

Molta cautela:

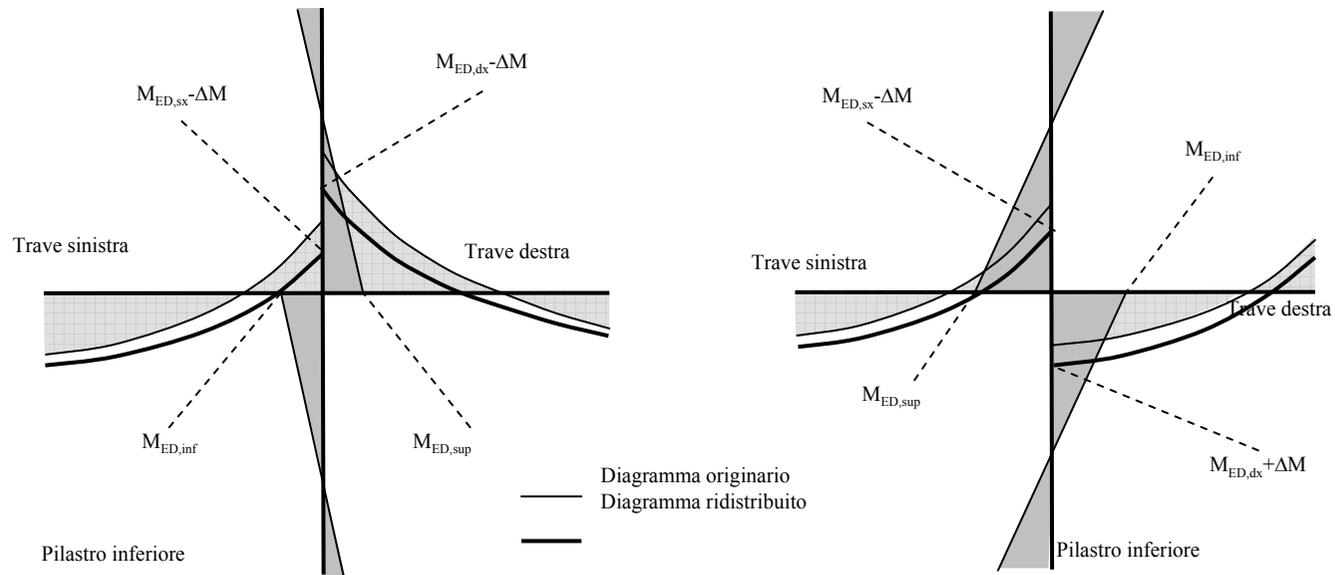
il model code 90 imponeva nei telai $0,9 \leq \delta \leq 1$

ENV 1992-1: solo telai a nodi fissi

EN 1992-1-1: parla di travi continue e **non** contempla telai

la ridistribuzione non è ammessa per i pilastri e per i nodi dei telai, è consentita per le travi continue e le solette, a condizione che le sollecitazioni di flessione siano prevalenti ed i rapporti tra le luci di campate contigue siano compresi nell'intervallo 0,5-2,0.

Ridistribuzione nei telai



Il nodo è sempre equilibrato (si aggiungono ΔM uguali e contrari)

Attenzione: Conseguenze nei nodi adiacenti

Conseguenze sul diagramma del taglio

analisi plastica

NTC

Utilizza i metodi dell'analisi limite

Materiale rigido-plastico

Teorema statico e teorema cinematico:
moltiplicatore di collasso

Utilizzabile solo per la verifica allo SLU

Garanzie sulla duttilità delle sezioni sede di
cerniere plastiche

analisi plastica

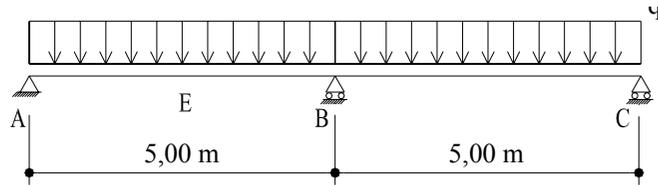
EC2

nelle travi non occorre verifica esplicita di duttilità se:

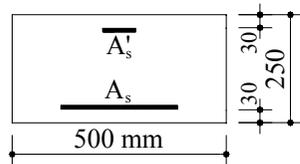
- l'area dell'armatura tesa è tale che, in qualunque sezione, risulti:
- $(x_u / d) \leq 0,25$ con calcestruzzi fino a C50/60
- $(x_u / d) \leq 0,15$ con calcestruzzi di classe \geq C55/67
- l'armatura sia di classe B o C (media o alta duttilità)
- il rapporto dei momenti agli appoggi intermedi e nelle campate adiacenti sia compreso fra 0,5 e 2.

nelle piastre: teoria delle linee di rottura

ESEMPIO



Sezione della trave:



Sezioni: B – E

$A_s = 1000 \text{ mm}^2$ armatura tesa

$A'_s = 250 \text{ mm}^2$ armatura compressa

calcestruzzo: C30/37

Acciaio: $f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$

Risulta:

$$x_u/d = 0,216 \leq 0,25$$

$$M_{Rd} = 77,70 \text{ kNm} \text{ momento resistente}$$

Requisiti di duttilità – ok -

$$x_u/d \leq 0,25 \text{ cls di } < \text{C50/60}$$

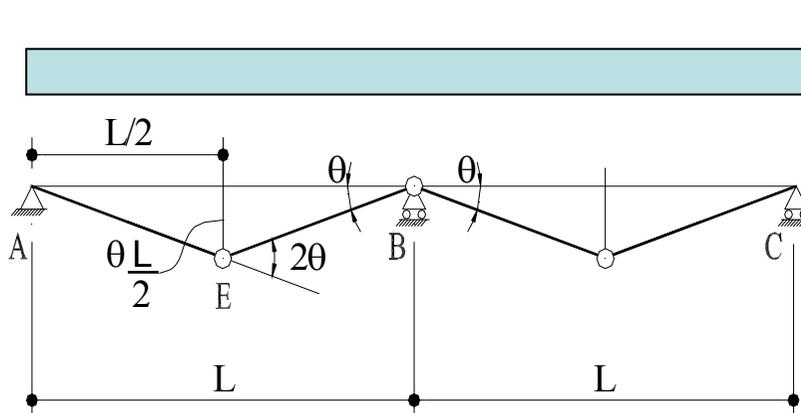
Acciaio B450C alta duttilità

$$M_B / M_E = 1,786 < 2$$

Analisi lineare:

$$q_u = 8 M_{Rd} / L^2 = 8 \times 77,70 / 25 = 24,86 \text{ kN/m}$$

Analisi plastica: teorema cinematico



$$q \cdot \frac{1}{2} L \theta \cdot \frac{L}{2} = 3 M_{pl} \theta$$

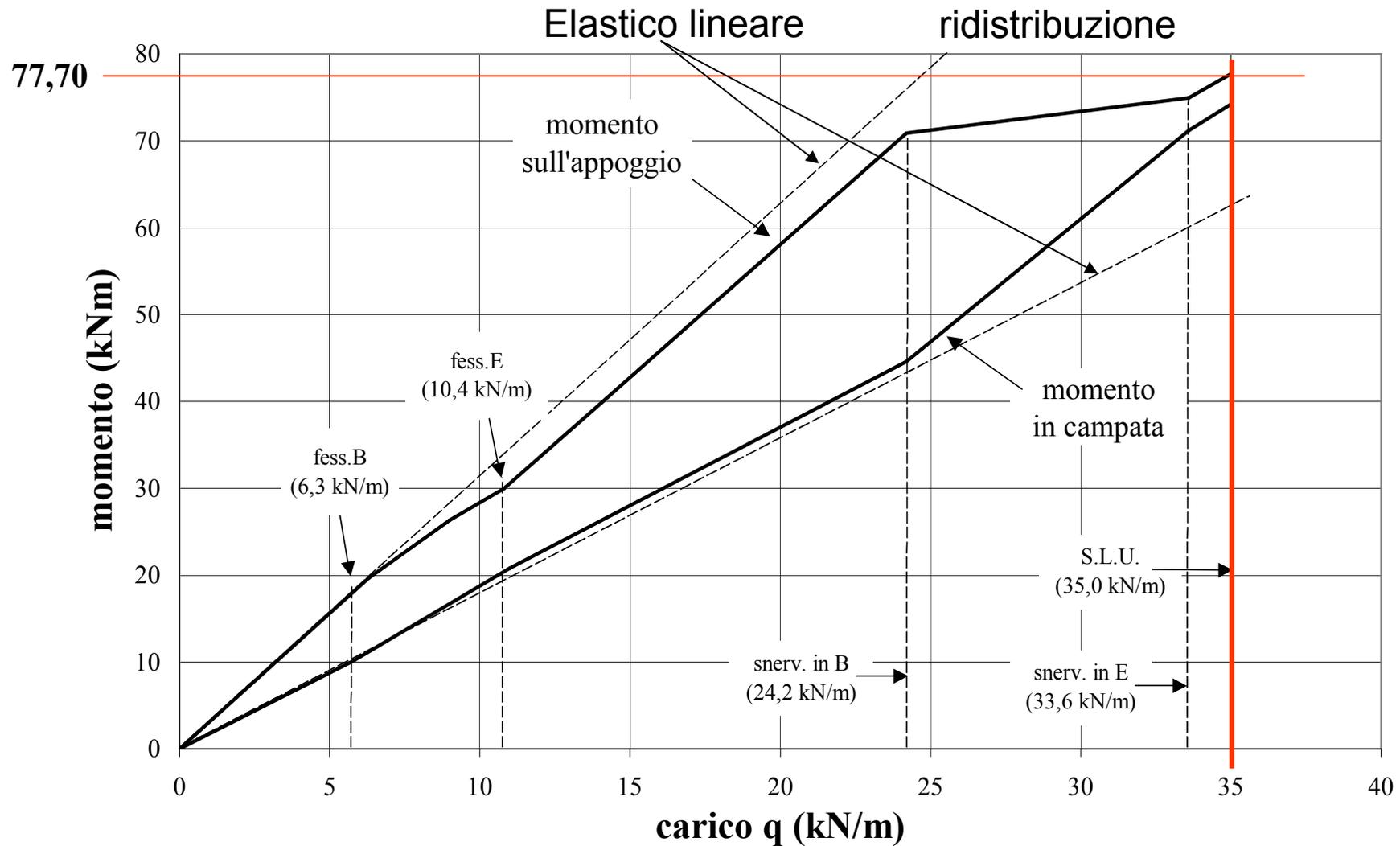
$$q_u = 12 M_{pl} / L^2 = 12 \times 77,70 / 25 =$$

$$37,29 \text{ kN/m}$$

Affinando la ricerca della posizione della cerniera di campata:

$$q_u = 36,22 \text{ kN/m}$$

Analisi non lineare



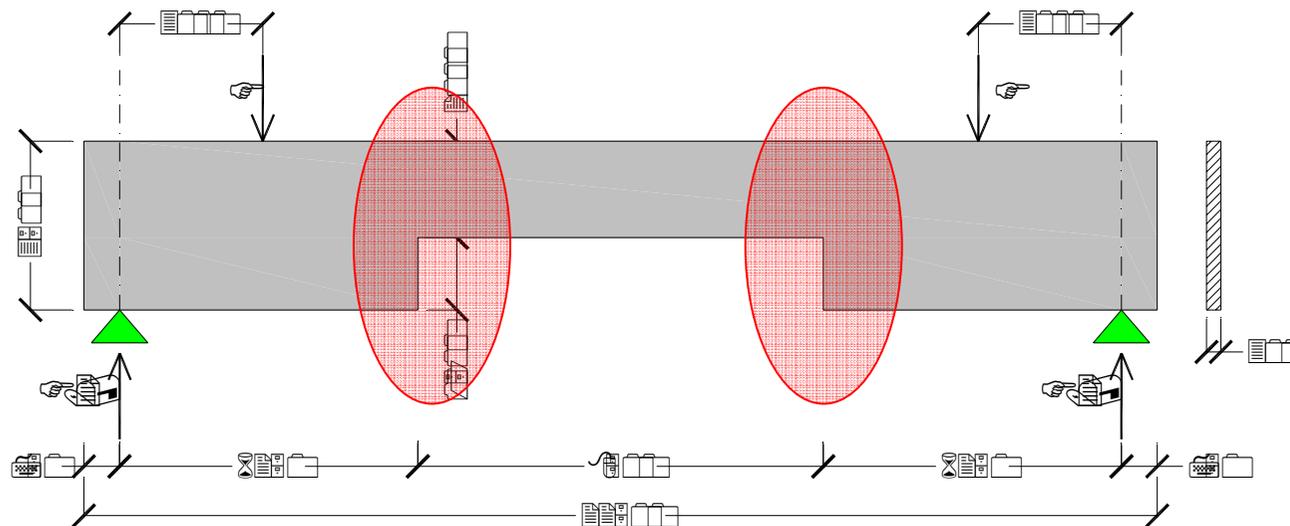
Commenti alla ANL

L'esame del prospetto e della figura consentono di formulare le seguenti osservazioni:

1. fino alla comparsa della prima fessura ($q = 6,3 \text{ kN/m}$), i diagrammi M coincidono con quelli tratteggiati, relativi al comportamento lineare elastico;
2. da $q = 6,3$ a $q = 10,4 \text{ kN/m}$ le fessure in B frenano l'evoluzione del momento sull'appoggio e incrementano il momento nelle campate;
3. dopo lo snervamento in B, il momento localmente cresce molto debolmente poiché si sta formando la cerniera plastica; il momento nelle campate invece cresce rapidamente. In questa fase il comportamento plastico dell'appoggio consente la redistribuzione degli sforzi verso zone meno sollecitate;
4. al carico di $33,6 \text{ kN/m}$ si verifica lo snervamento nelle campate a circa 2 metri dagli appoggi di estremità.
5. Nell'ultima fase i momenti crescono ancora un poco, con legge quasi analoga, fino allo stato limite ultimo che viene raggiunto sull'appoggio per esaurimento della rotazione ammissibile θ_{pl} correlata a x_u/d secondo il diagramma della [Fig. 5.6N-EC2]. Nelle campate la rotazione si arresta a $10,8 \text{ mrad}$, inferiore al valore $24,1$ che sarebbe compatibile essendo le sezioni armate come l'appoggio. Alla minor rotazione corrisponde un momento leggermente inferiore a quello resistente disponibile per lo stato limite ultimo.

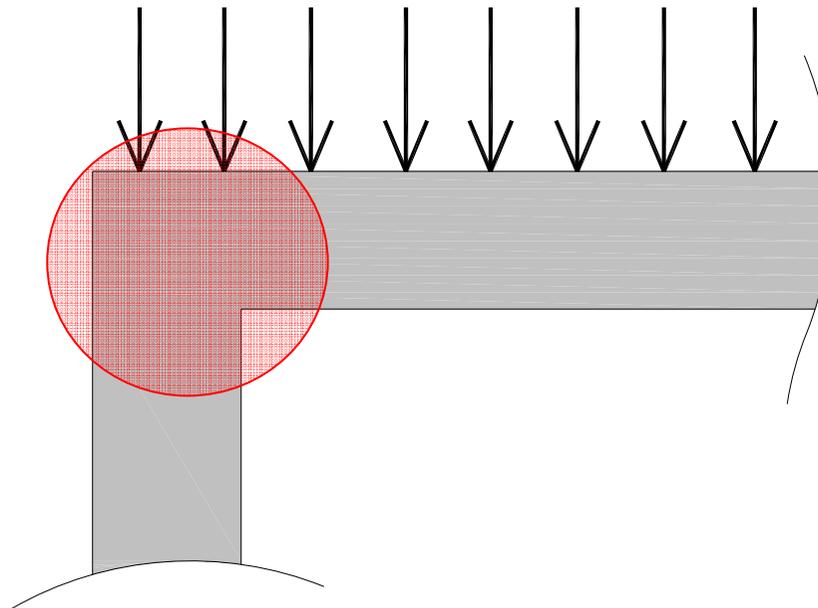
2) la progettazione delle regioni di membrature snelle di c.a. sede di discontinuità geometriche o statiche

Travi con brusche variazioni di sezione



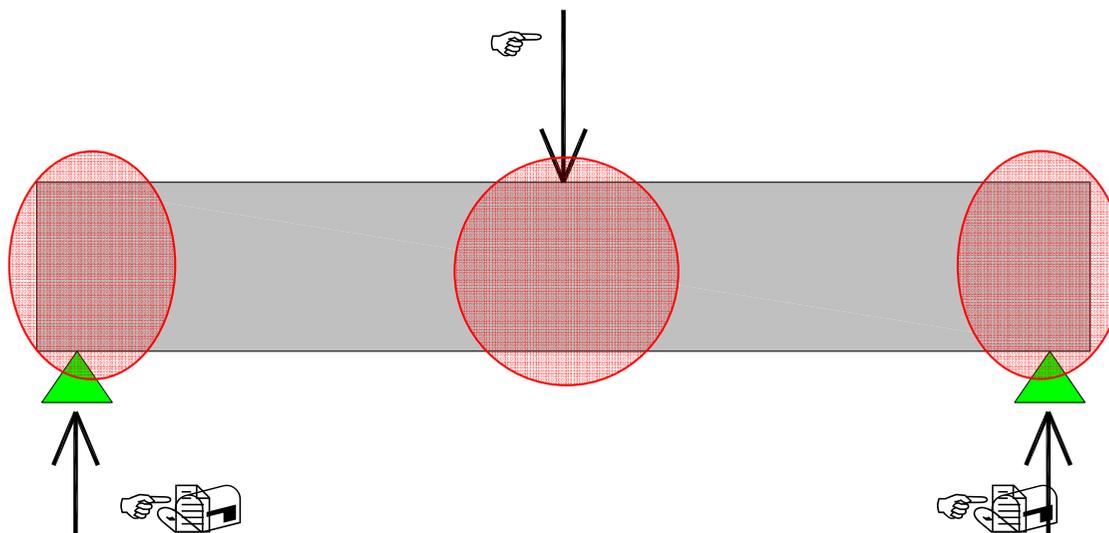
2) la progettazione delle regioni di membrature snelle di c.a. sede di discontinuità geometriche o statiche

Angoli di portali



2) la progettazione delle regioni di membrature snelle di c.a. sede di discontinuità geometriche o statiche

Travi soggette a carichi concentrati





*Dipartimento di Ingegneria Civile e
Ambientale
Università degli Studi di Firenze*



Strutture in Calcestruzzo

Verifiche a sforzo assiale e momento

ovvero

SLU per M-N

Franco ANGOTTI

verifiche per tensioni normali

IPOTESI BASE DEL CALCOLO

(sono ipotesi ad oggi già largamente verificate e consolidate)

Conservazione delle sezione piane

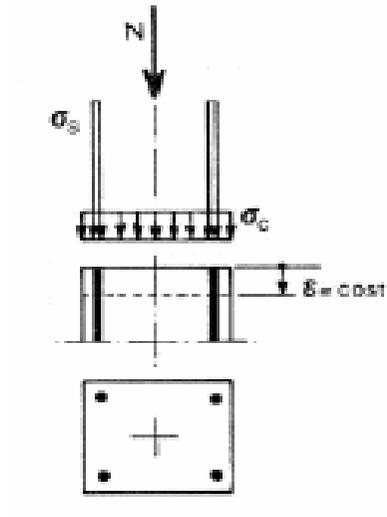
- 1) Aderenza acciaio-calcestruzzo
- 2) Calcestruzzo non resistente a trazione
- 3) I diagrammi tensione-deformazione di calcestruzzo e acciaio sono noti e sono quelli già descritti
- 4) Per sola compressione che non sia di precompressione va considerata un'**eccentricità minima** di N pari a

$$e = h/30 \geq 20 \text{ mm (EC2)}$$

$$e = h/20 \geq 20 \text{ mm (NTC) (??)}$$

(h altezza della sezione nella direzione di verifica).

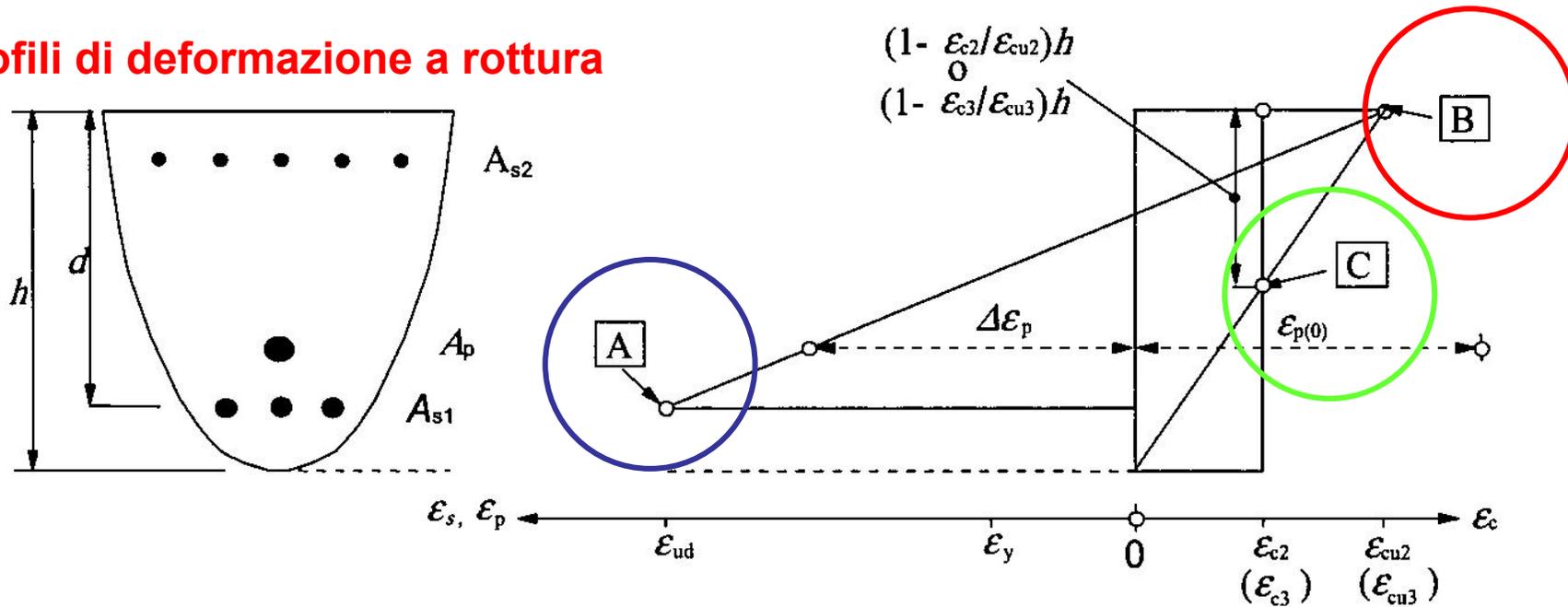
Forza Normale Semplice



In luogo di $e = h/20$

$$N_{Rd} = 0,8 A_c f_{cd} + A_{s,tot} f_{yd} \quad (C4.1.4)$$

Profili di deformazione a rottura



- A** - deformazione limite dell'armatura tesa
- B** - deformazione limite del calcestruzzo compresso
- C** - deformazione limite del calcestruzzo per compressione semplice

Valori tipici sono: (Punto C a $(3/7)h$ dal lembo compresso fino alla classe C50)

$$f_{yd} = 450/1.15 = 391.3 \text{ N/mm}^2;$$

$$\varepsilon_{yd} = 1.96/1000;$$

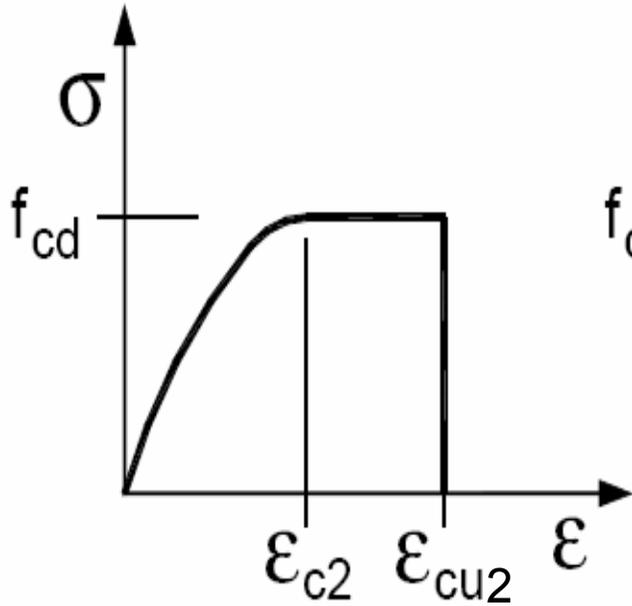
$$\varepsilon_{ud} = 0.0675;$$

$$\varepsilon_{c2} = 0,20 \% \text{ e valori maggiori per } f_{ck} > 50$$

$$\varepsilon_{c3} = 0,175 \% \text{ e valori maggiori per } f_{ck} > 50$$

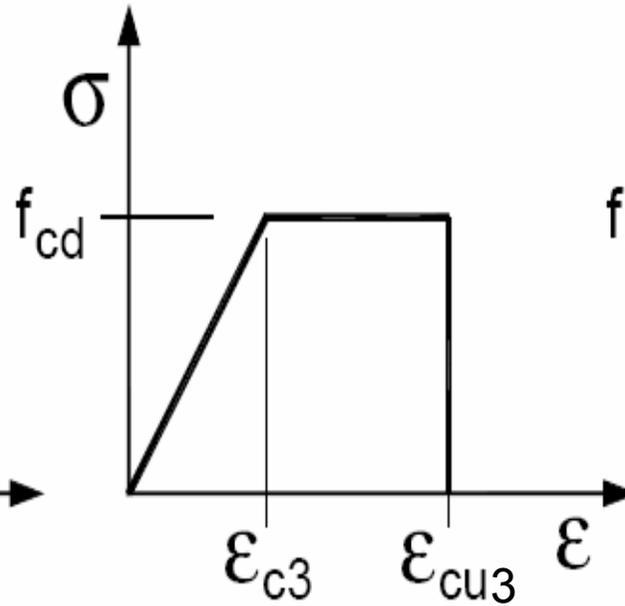
$$\varepsilon_{cu2} = \varepsilon_{cu3} = 0,35 \% \text{ o a valori minori per } f_{ck} > 50$$

Diagrammi $\sigma - \varepsilon$ per il progetto delle sezioni



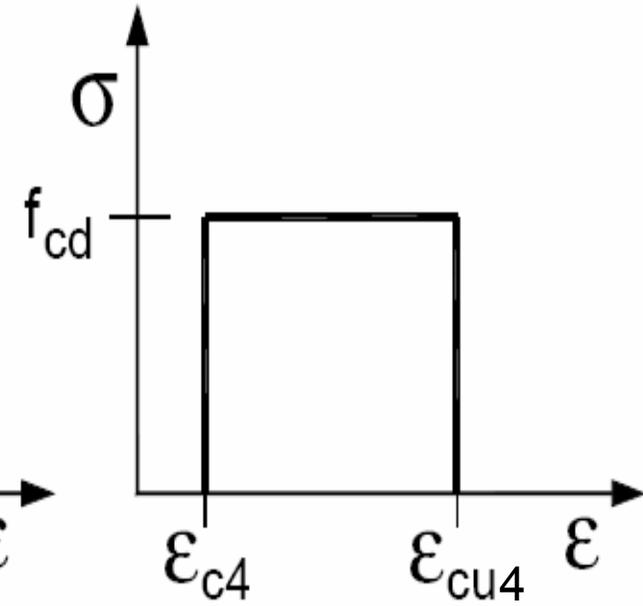
(a)

parabola – rettangolo
esponenziale - rettangolo



(b)

triangolo – rettangolo
(bilineare)

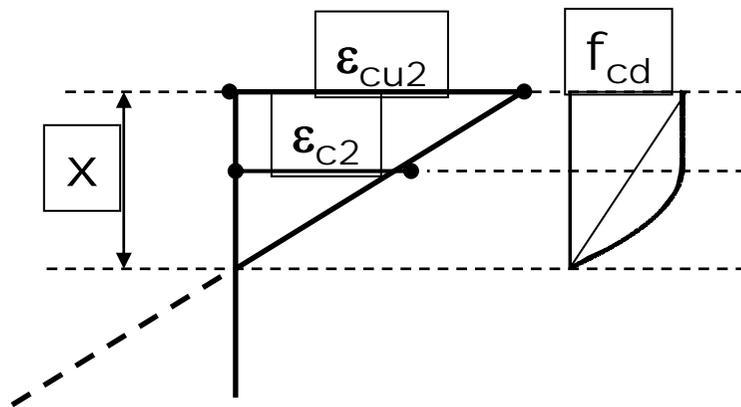


(c)

rettangolo – (stress block)

SLU per tensioni normali

- - metodi noti, novità su materiali:
- - calcestruzzo 50 → 90 N/mm²
- - acciaio **B450C** $\varepsilon_{uk} = 7,5\%$ $\varepsilon_{ud} = 0,9 \times 7,5\% = 6,75\%$
- - S.L.U.: $\sigma_c - \varepsilon_c$ funzione esponenziale:



$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right]$$

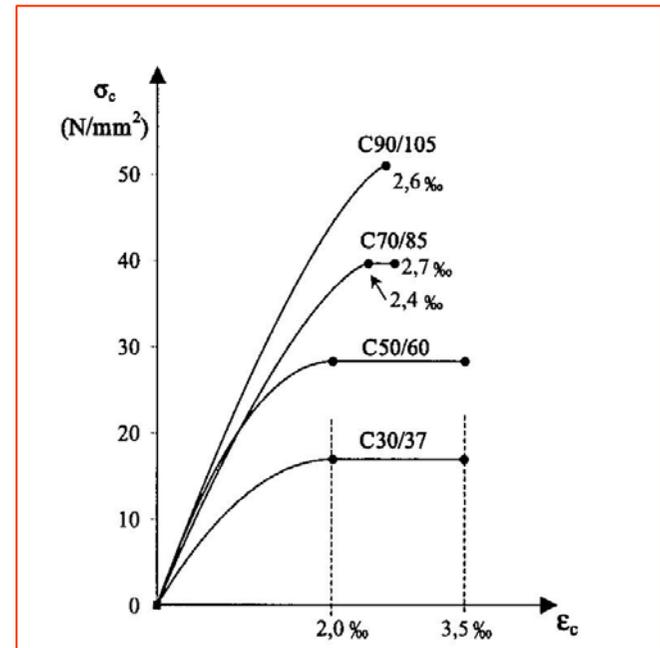
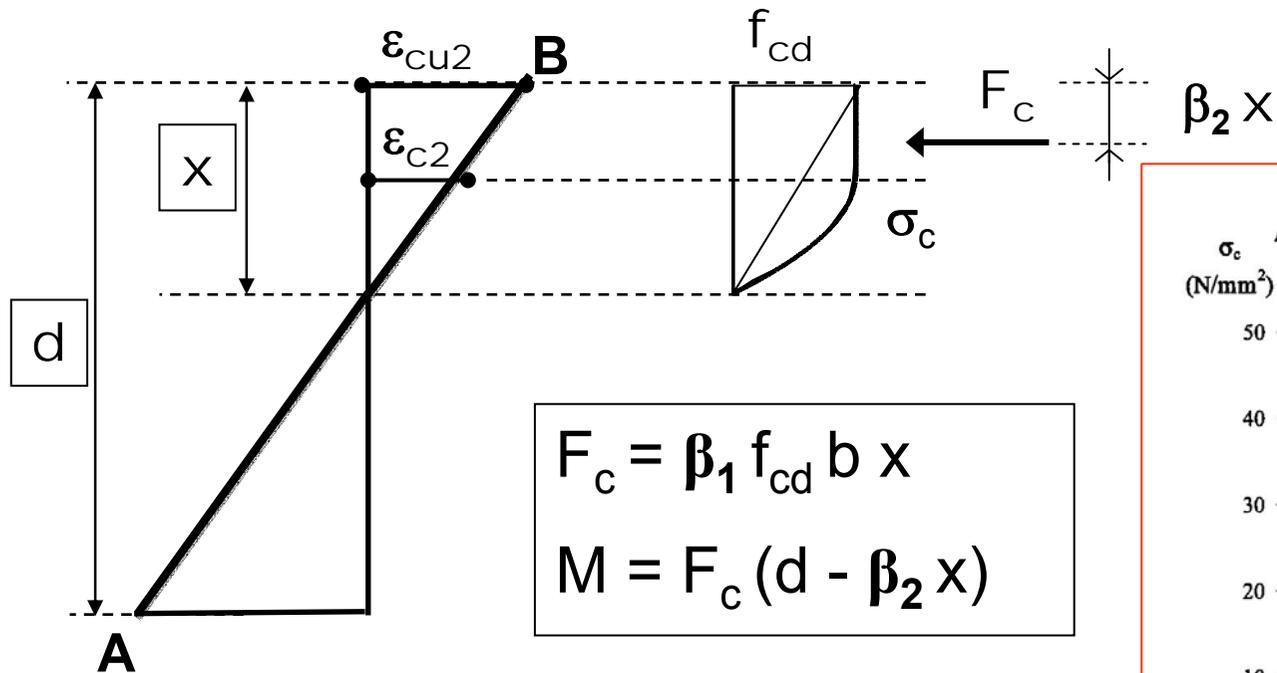
$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot \alpha_{cc}$$

f_{ck} (N/mm ²)	n
≤50	2,0
60	1,6
70	1,45
80	1,4
90	1,4

Problema 1: sezione rettangolare (b – h)

data la deformata B-A trovare F_c ed M

$x < h$



$$\beta_1(\epsilon_{cu2}) = \frac{\int_0^{\epsilon_{cu2}} \sigma_c \cdot d\epsilon}{f_{cd} \cdot \epsilon_{cu2}}$$

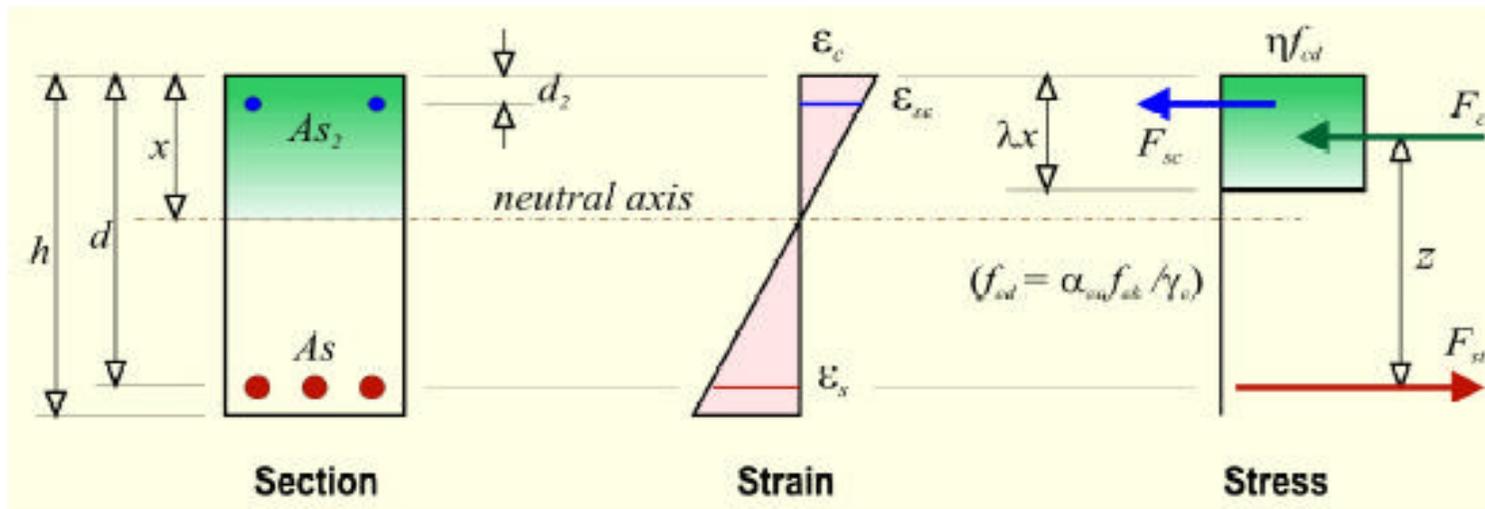
$$\beta_2(\epsilon_{cu2}) = 1 - \frac{\int_0^{\epsilon_{cu2}} \sigma_c(\epsilon) \cdot \epsilon \cdot d\epsilon}{\epsilon_{cu2} \cdot \int_0^{\epsilon_{cu2}} \sigma_c(\epsilon) \cdot d\epsilon}$$

a2) Diagramma rettangolare

Governata da: λ che limita la zona compressa
 η che limita f_{cd}

$$f_{ck} \leq 50 \quad \lambda = 0,80 \quad \eta = 1,000$$

$$f_{ck} = 70 \quad \lambda = 0,75 \quad \eta = 0,975$$



Valori di β_1 e β_2 per diagramma rettangolare

$$\beta_1 = \lambda \cdot \eta$$

$$\beta_2 = \lambda/2$$

f_{ck} (N/mm ²)	fino a 50	55	60	70	80	90
β_1	0,80000	0,76781	0,73625	0,67500	0,61625	0,56000
β_2	0,40000	0,39375	0,38750	0,37500	0,36250	0,35000

Valori di β_1 e β_2 sezione rettangolare $x < h$

a1) Diagramma esponenziale – rettangolo

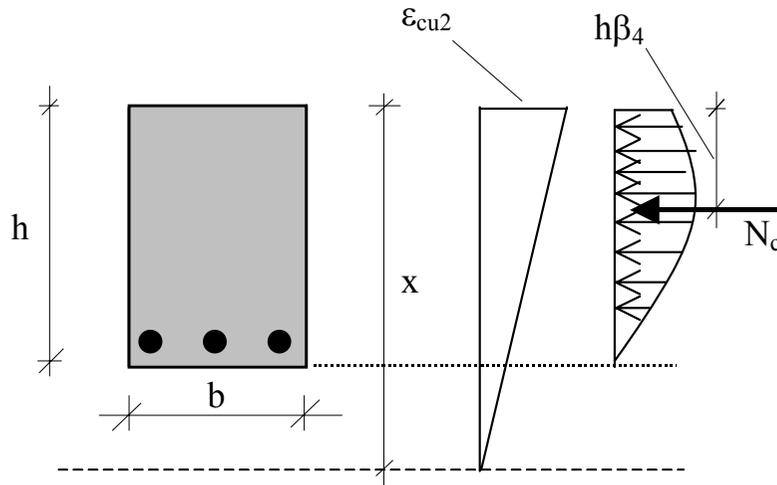
f_{ck} (N/mm ²)	fino a 50	55	60	70	80	90
β_1	0,80952	0,74194	0,69496	0,63719	0,59936	0,58333
β_2	0,41597	0,39191	0,37723	0,36201	0,35482	0,35294

a2) diagramma rettangolare

f_{ck} (N/mm ²)	fino a 50	55	60	70	80	90
β_1	0,80000	0,76781	0,73625	0,67500	0,61625	0,56000
β_2	0,40000	0,39375	0,38750	0,37500	0,36250	0,35000

Problema 1

$x > h$



Come secondo caso

$x > h$: asse neutro virtuale.

Facendo riferimento alla legge parabola-rettangolo o exp-rettangolo si ha:

$N_c = \beta_3 f_{cd} b h$, e la posizione al lembo compresso è: $h \beta_4$

Legge costitutiva parabola (esponenziale) - rettangolo												
x/h	$f_{ck} = 50 \text{ N/mm}^2$		$f_{ck} = 55 \text{ N/mm}^2$		$f_{ck} = 60 \text{ N/mm}^2$		$f_{ck} = 70 \text{ N/mm}^2$		$f_{ck} = 80 \text{ N/mm}^2$		$f_{ck} = 90 \text{ N/mm}^2$	
	β_3	β_4										
1,00	0,80952	0,41597	0,74194	0,39191	0,69496	0,37723	0,63719	0,36201	0,59936	0,35482	0,58333	0,35294
1,20	0,89549	0,45832	0,83288	0,43765	0,78714	0,42436	0,72968	0,41022	0,69249	0,40355	0,67720	0,40186
1,40	0,93409	0,47480	0,88197	0,45841	0,84129	0,44724	0,78831	0,43492	0,75381	0,42907	0,73986	0,42761
1,60	0,95468	0,48304	0,91168	0,46990	0,87615	0,46046	0,82826	0,44975	0,79679	0,44461	0,78422	0,44335
1,80	0,96693	0,48779	0,93113	0,47702	0,90007	0,46895	0,85695	0,45954	0,82834	0,45499	0,81702	0,45389
2,00	0,97481	0,49077	0,94460	0,48178	0,91730	0,47478	0,87838	0,46644	0,85234	0,46237	0,84211	0,46140
2,50	0,98550	0,49475	0,96464	0,48861	0,94420	0,48347	0,91348	0,47705	0,89255	0,47385	0,88448	0,47311
5,00	0,99702	0,49893	0,99060	0,49705	0,98285	0,49512	0,96937	0,49234	0,95972	0,49089	0,95622	0,49057

Sul VOL 1 cap. 7 – Guida AICAP (Marro, Guiglia, Taliano)

Problemi svolti:

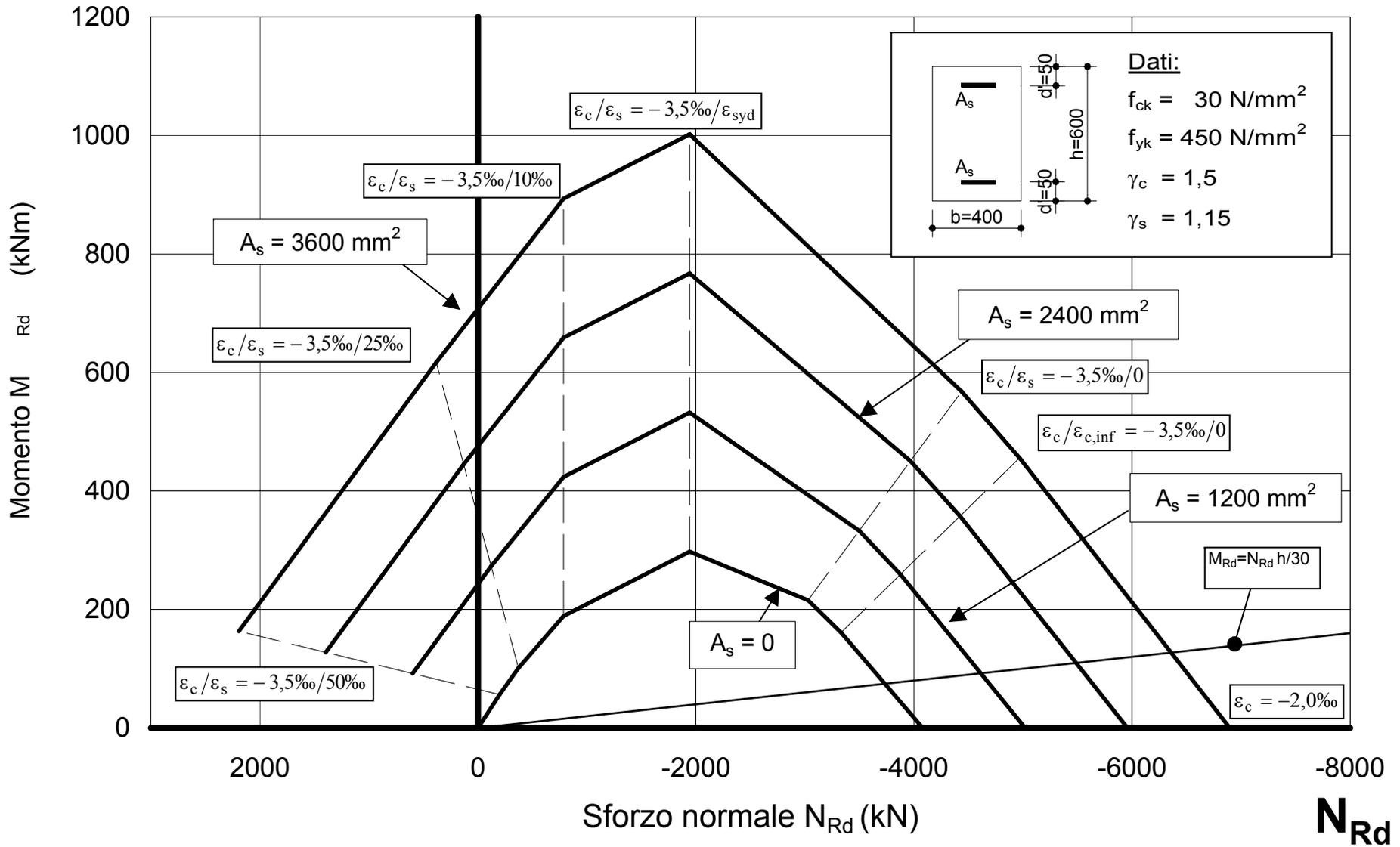
Dati: geometria, meccanica della sezione e retta di deformazione,
determinare: N_{Rd} e M_{Rd}

Dati: geometria, meccanica della sezione e N_{Ed} ,
determinare: M_{Rd}

Dati: geometria, N_{Ed} e M_{Ed} ,
determinare: A_s e A'_s

M_{Rd}

Armatura doppia simmetrica $A_s = A'_s$



SLU per M - N

Franco Angotti
Andria 5 - 6 Giugno 2008

4 buone ragioni per utilizzare l'armatura compressa nelle travi

- 1) **Talvolta**, utilizzando travi di altezza ridotta, l'acciaio compresso permette di elevare la % di armatura anche in zona tesa \Rightarrow aumento del momento resistente di progetto M_{Rd} . Questo è un caso frequente se si usano travi in spessore.
- 2) **L'acciaio compresso**, a parità di altre condizioni, fa abbassare il rapporto (x/d) a collasso e quindi fa aumentare la duttilità della sezione, ovvero la rotazione ultima (indicazione valida per le zone sismiche).
- 3) **L'acciaio compresso** riduce le deformazioni viscoso e le deformazioni istantanee negli elementi inflessi.
- 4) **In zona sismica**, o se gli effetti del vento sono rilevanti, il momento flettente può cambiare segno, per cui è necessario verificare la sezione sia a momento positivo che a momento negativo.